Ausschreibungsverfahren bei öffentlichen Beschaffungen: Theorie und Praxis im Kanton Basel-Stadt

Dissertation
zur Erlangung der Würde eines Doktors der Staatswissenschaften

vorgelegt der
Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel

von José Pérez
von Galicien, Spanien

Basel, 2004

Genehmigt von der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel auf Antrag von Prof. Dr. Georg Nöldeke, Prof. Dr. Silvio Borner und Prof. Dr. Yvan Lengwiler.

Basel, den 26. Juli 2002

Der Dekan
Prof. Dr. Peter Kugler

Inhaltsverzeichnis

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle insbesondere bei Georg Nöldeke für die wissenschaftlichen Anregungen und Hilfeleistungen bedanken. Bei Herrn Werner Sitzler bedanke ich mich für die hilfreichen Ausführungen hinsichtlich der Praxis des Submissionswesens im Kanton Basel-Stadt. Auch möchte ich mich beim Förderverein des Wirtschaftswissenschaftlichen Zentrums der Universität Basel für die freundliche finanzielle Unterstützung bedanken.
Verbleibende Fehler oder Mängel in dieser Arbeit sind alleine dem Autor anzurechnen.

1 Einleitung

Das Submissionswesen beschäftigt sich mit der Beschaffung von Gütern und Dienstleistungen durch staatliche Verwaltungsorgane. Der Staat hat unter anderem die Aufgabe, Einrichtungen mit öffentlichem Charakter, wie zum Beispiel Strassen, Schulhäuser und öffentliche Spitäler, bereitzustellen. Die Finanzierung der Beschaffungen erfolgt vor allem durch Steuergelder. Die Höhe der Ausgaben im Kanton Basel-Stadt für öffentliche Bauten liegt bei ca. Fr. 400 Mio. (s. Statistisches Amt BS (1999)) pro Jahr. In einer solchen Situation besteht die Gefahr eines Missbrauchs durch die Beamten der öffentlichen Verwaltung. Es liegt das typische Verhältnis zwischen einem Prinzipal und einem Agenten vor. Diesem Problem begegnet die Praxis damit, dass das Vorgehen bei einer Beschaffung gesetzlich vorgeschrieben wird. Neben der Verhinderung des Missbrauchs sollten die Verfahren aber auch möglichst effizient gestaltet werden. Es ist wünschenswert, dass die Firmen mit den niedrigsten Kosten die Aufträge ausführen und dass für die Ausführung möglichst wenig bezahlt wird. Eine öffentliche Ausschreibung ist ein geeignetes Verfahren um diese Ziele zu erreichen. Diese Einsicht ist in Basel relativ spät in den 90er Jahren in die Praxis umgesetzt worden.

In der vorliegenden Arbeit möchten wir die theoretischen Grundlagen bei der Analyse von Ausschreibungen untersuchen. Wir konzentrieren uns einerseits darauf, wie die Beschaffungsstelle die Regeln einer Ausschreibung festlegen sollte, und andererseits, wie die Firmen bei den verschiedenen Regeln ihre Preise strategisch festsetzen sollten.

Wir beginnen unsere Untersuchungen im Kapitel 2 zunächst mit der Beschreibung der Praxis des Submissionswesens. Neben der Regelung auf kantonaler Ebene werden die nationalen und internationalen Gesetze bezüglich des Beschaffungswesens zusammengefasst. Anschliessend stellen wir im Kapitel 3 einige bekannte Resultate der Auktionstheorie vor und übersetzen sie auf das Umfeld einer Ausschreibung. Dieses Kapitel dient als Grundlage der Untersuchungen im restlichen Teil der Arbeit.

In den folgenden Kapiteln werden spezifische Themen analysiert, die sich aus dem beschreibenden Teil im Kapitel 2 ergeben. Kapitel 4 untersucht die Frage über die Höhe der Schwellenwerte. Im Submissionsgesetz wird vorgeschrieben, dass die Beschaffungsstelle ab einer bestimmten Höhe des Auftragswertes den Auftrag ausschreiben muss. Unter diesem Wert ist die Beschaffungsstelle grundsätzlich frei in ihrem Vergabeentscheid. Gewöhnlich führt sie bei Auftragswerten unter dem Schwellenwert Verhandlungen mit einzelnen Firmen. Im Kapitel 4 wird ein Ansatz zur Festlegung der Höhe der Schwellenwerte vorgeschlagen.

Bis in die 90er Jahre herrschte in Basel die Meinung, dass lokale Firmen bei der Vergabe öffentlicher Aufträge gegenüber auswärtigen Firmen begünstigt werden sollten. Die wach-

senden Budgetdefizite der kantonalen Staatsrechnung und die öffentliche Diskussion auf internationaler Ebene führten zu einem Umdenken. Das Ziel einer günstigen Beschaffung gewann grössere Bedeutung. Nach in Kraft treten internationaler Gesetze, insbesondere des GATT/WTO-Übereinkommens, wurde eine Liberalisierung des Beschaffungswesens durchgeführt. Das Hauptmotiv der Liberalisierung ist die Gleichbehandlung von Unternehmen aus den verschiedenen Ländern und Regionen. Im Blickfeld war auch immer die Gewährleistung eines gesunden Wettbewerbs um die Durchführung der staatlichen Aufträge.
In den Kapiteln 5 und 6 untersuchen wir die Folgen einer Liberalisierung unter verschiedenen Annahmen. Im Kapitel 5 analysieren wir zunächst die Folgen im Standardmodell. Es interessieren uns die Auswirkungen auf das optimale Gebot einer Firma, auf die Wohlfahrt und auf die Höhe der Beschaffungskosten für die öffentliche Verwaltung. Wir modifizieren dann das Modell in zwei Unterabschnitten: Im Abschnitt 5.2 wird zusätzlich angenommen, dass die Beschaffungsstelle für jeden Bewerber weitere Kosten zur Überprüfung des Gebotes aufwenden muss. Im Abschnitt 5.3 wird zwischen ansässigen und auswärtigen Firmen unterschieden. Die uns dabei interessierende Wohlfahrt ist dann die regionale Wohlfahrt. Im Kapitel 6 wird berücksichtigt, dass die Firmen für ihre Gebotsabgabe Kosten aufwenden müssen.
Kapitel 7 untersucht eine typische Situation, in welcher mehrere Aufträge ausgeschrieben werden müssen. Es ist üblich, dass die Firmen für die Aufträge gleichzeitig bieten müssen. Wir untersuchen die Zusammenhänge für den Fall, dass die Firmen einer Kapazitätsbeschränkung unterliegen. Wir vergleichen das Gleichgewicht einer simultanen Ausschreibung mit demjenigen einer sequentiellen Ausschreibung der Aufträge. Anschliessend leiten wir ein Verfahren her, welches bei vorhandener Kapazitätsbeschränkung in der Lage ist, eine effiziente Vergabe zu garantieren.
Kapitel 8 beschäftigt sich mit einem sehr aktuellen Gebiet in der ökonomischen Literatur. Es wird angenommen, dass die Firmen nicht alle gleich sind. Wir konzentrieren uns auf den Einfluss der Stärke einer Firma auf die Höhe ihres Gebots und dem Gebot ihrer Konkurrenten, sowie auf die Folgen eines erhöhten Wettbewerbs.
Im Kapitel 9 fassen wir die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen.
Wir konnten in dieser Arbeit nicht alle Aspekte der Ausschreibungsverfahren im Submissionswesen berücksichtigen. Eine wichtige Einschränkung der Analysen ist die Beschränkung auf das unabhängige private Werte Modell (s. Abschnitt 3.2 für eine Abgrenzung der Modelle). Für den interessierten Leser möchten wir den Artikel von Milgrom und Weber (1982) empfehlen. Die Autoren untersuchen ein sehr allgemeines Modell mit affiliierten Werten. Sie veranschaulichen sehr schön, welche weiteren Effekte beim Bieten in den vier klassischen

Auktionsarten hinzukommen, wenn die Werte der Bieter stark voneinander abhängen.
Auf die wichtige Thematik der Preisabsprachen kann in dieser Arbeit auch nicht eingegangen werden. Einen sehr guten Überblick über dieses Gebiet gibt die Arbeit von Porter und Zona (1993). Zuletzt möchten wir noch auf die Thematik der Anreizverträge in Verbindung mit Auktionen hinweisen. Wir verweisen für diese Problematik auf das Lehrbuch von Laffont und Tirole (1993).

2 Praxis des Submissionswesen in Basel-Stadt

Das Submissionswesen beschäftigt sich mit der Vergabe von Arbeiten und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung. Es ist schon in mehreren kantonalen Gesetzen und Verordnungen zum Teil unterschiedlich geregelt worden. In dieser Arbeit stützen wir uns hauptsächlich auf das "Gesetz betreffend die Vergabe von Arbeiten und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung (Submissionsgesetz)" (Abkürzung: G) im Kanton Basel-Stadt vom 20. Oktober 1993 und auf die "Verordnung zum Gesetz betreffend die Vergabe von Arbeiten und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung (Submissionsverordnung)" (Abkürzung: V) vom 19. April 1994. Das Gesetz sowie die Verordnung sind seit dem 1. Mai 1994 wirksam.
Im Verlaufe dieser Arbeit ist ein neues Submissionsgesetz vom Grossen Rat beschlossen worden, dessen ergänzende Verordnung seit dem 16. April 2000 wirksam wurde. Das neue Gesetz hatte auch vor dem Ratifikation einen Einfluss auf die Gestaltung des Beschaffungswesen, da es für die Submissionsstelle als Orientierungshilfe diente. Wir gehen auf die wesentlichen Unterschieden zwischen den beiden Gesetzen im Abschnitt 2.2.6 ein.
Das *Submissionsgesetz* und die *Submissionsverordnung* dienen dieser Arbeit als Hauptquelle bezüglich gesetzlicher Regelung. Jedoch sind zur Beschreibung der rechtlichen Rahmenbedingungen des Submissionswesen im Kanton Basel-Stadt zudem auch die Gesetze des internationalen Rechts (*GATT/WTO-Übereinkommen*) und des Interkantonalen Rechts (*Interkantonales Konkordat*) zu berücksichtigen.
Des Weiteren werden Fragen der Praxis und die öffentliche Meinung anhand von Zeitungsberichten und Gesprächen mit dem Leiter der Submissionsstelle in Basel-Stadt berücksichtigt.
Das Submissionswesen hat wegen den hohen jährlich ausgegebenen Beträgen eine grosse Bedeutung. So bezifferte sich z.B. das gesamte Auftragsvolumen der öffentlichen Beschaffung im Kanton Basel-Stadt für das Jahr 1998, wie in Tabelle 1 ersichtlich ist, auf Fr. 258.9 Millionen.
Bei so hohen Ausgaben wird ein Ziel der Beschaffungsstelle verständlich: Als Beauftragte des Volkes sollte sie für eine möglichst sparsame Durchführung der politisch nachgefragten Arbeiten sorgen.

Tabelle 1: Submissionsstatistik des Kantons Basel-Stadt (inkl. Nationalstrassenbau)

Art des Gewerbes	1997	1998
Tiefbau	Fr. 65’767’617.-	Fr. 116’811’341.-
Hochbau	Fr. 13’247’008.-	Fr. 17’198’995.-
Haustechnik	Fr. 72’947’032.-	Fr. 70’688’378.-
Ausbau	Fr. 53’770’683.-	Fr. 54’164’698.-
Total	Fr. 205’732’340.-	Fr. 258’863’413.-
Anzahl Vergaben	1’884	2’385

*Quelle:*165. Verwaltungsbericht des Regierungsrates vom Jahre 1998 an den Grossen Rat des Kanton Basel-Stadt.

Die Beamten, die mit der Auftragsvergabe beauftragt werden, haben in einem ungeregelten Submissionswesen eine grosse Machtposition. Da sie ausserdem über *öffentliche* Gelder verfügen, entsteht unweigerlich die Problematik des Lobbying und des Opportunismus. Daher ist es sinnvoll die Verfahren, gemäss welchen die Aufträge vergeben werden, nach genauen Regeln zu organisieren und transparent durchzusetzen. Das Beschaffungsrecht ist somit weitgehend Verfahrensrecht, das der Transparenz des Verfahrens und der Rechts- und Chancengleichheit der Anbietenden im Zusammenhang mit staatlichen Aufträgen dient (s. Schmid und Metz (1999)). Die starke Formalisierung der Verfahren kommt einer ökonomischen Analyse im theoretischen Teil der Arbeit sehr entgegen, da durch die klaren Regeln, die ökonomische Situation einfacher als “Spiel” modelliert werden kann.

2.1 Kantonales Recht

2.1.1 Geltungsbereich

Von den Bestimmungen des *Submissionsgesetzes* und der *Submissionsverordnung* des Kantons Basel-Stadt sind folgende Institutionen betroffen (s. § 4 G und § 1 V):

- Die Departemente des Kantons Basel-Stadt und die ihnen unterstellten Verwaltungseinheiten.
- Anstalten, die dem Vorsteher eines Departements direkt unterstellt sind.
- Private Unternehmen, an denen der Kanton mehrheitlich beteiligt ist.

- Institutionen, denen der Kanton Subventionen für mehr als 50 % der beitragsberechtigten Leistungen gewährt.[1]
- Übrige staatliche Anstalten und Unternehmen.[2]

Die Bestimmungen gelten für alle Arbeiten und Lieferungen (s. § 1 V), die im nachfolgenden Text unter "Aufträge" zusammengefasst sind. Zu beachten ist dabei, was der Gesetzgeber unter einer Lieferung oder einem Lieferauftrag versteht. Eine Begriffserklärung ist im Bundesgesetz über das öffentliche Beschaffungswesen zu finden: "Lieferaufträgen, das heisst Verträgen zwischen Auftraggeberin oder Auftraggeber und Anbieterin oder Anbieter über die Beschaffung beweglicher Güter, namentlich durch Kauf, Leasing, Miete, Pacht oder Mietkauf;" (s. Art. 6 Abs.1 lit. b IVöB und Art. 5 Abs. 1 lit. a BoeB). Somit beziehen sich die Bestimmungen auf praktisch sämtliche Geschäftsbeziehungen der betroffenen Institutionen.

2.1.2 Vergabeverfahren

Die Aufträge werden nach einem der folgenden Verfahren vergeben (s. § 4 V):

- öffentliche Ausschreibung
- öffentliche Ausschreibung mit Präqualifikation (selektives Verfahren)
- beschränkte Ausschreibung
- direkte Vergabe

Mit einer Ausschreibung informiert die Beschaffungsstelle einen uneingeschränkten Kreis von Anbietern, dass sie einen Auftrag durchführen, und fordern die Anbieter mit der Publikation der Ausschreibung zur Bewerbung auf.
Bei der öffentlichen Ausschreibung erfolgt die Publikation im Kantonsblatt Basel-Stadt (s. § 5 V). Wenn der veranschlagte Wert einer Vergabe die in der Tabelle 2 angegebenen Schwellenwerte übersteigt, hat die Ausschreibung neben dem Kantonsblatt Basel-Stadt auch im Staatsanzeiger Baden-Württemberg und in der elsässischen Zeitung l'Alsace zu erfolgen (s. § 30 V). Somit können sich die Firmen im Wirtschaftsraum Oberrhein ebenfalls bewerben. Hieraus wird ein erhöhter Wettbewerb erhofft.
Alle Anbieter der nachgefragten Leistung, welche die Auftragsvoraussetzungen erfüllen, können sich um die Durchführung des Auftrags bewerben. Zuvor werden sie jedoch eingeladen,

[1] Soweit der Subventionsvertrag oder ein spezifischer Ratsbeschluss nicht eine abweichende Regelung vorsehen.
[2] Soweit ein spezifischer Ratsbeschluss nicht eine abweichende Regelung vorsieht.

die zukünftige Baustätte an einem festgelegten Termin unter der Führung eines Submissionsbeamten oder einer zuständigen Fachperson zu begehen. Die interessierten Firmen bewerben sich anschliessend automatisch mit der Einreichung einer Offerte. Der Auftrag wird danach nach den im Abschnitt 2.1.4 beschriebenen Regeln vergeben.

Tabelle 2: Schwellenwerte für eine erweiterte Publikation

Art des Gewerbes	Schwellenwert
Arbeiten im Hoch- und Tiefbaugewerbe	Fr. 5'000'000.-
Arbeiten im weiteren Baugewerbe	Fr. 2'000'000.-
Lieferungen	Fr. 200'000.-
Dienstleistungen	Fr. 200'000.-

Quelle: § 30 V.

Für das selektive Verfahren gelten dieselben Publikationsvorschriften wie bei der öffentlichen Ausschreibung (s. § 5 V und § 30 V) und auch sie wendet sich an einen uneingeschränkten Kreis potentieller Anbieter. Im Unterschied zur öffentlichen Ausschreibung bewerben sich die interessierten Firmen in einer ersten Präqualifikationsphase nur um die Teilnahme am Vergabeverfahren.

In dieser Präqualifikationsphase wählt die auftraggebende Stelle aufgrund der in der Ausschreibung genannten Eignungskriterien die Bewerber aus, die sie in einer zweiten Phase zur Einreichung eines Angebots einlädt.

Damit genügend Wettbewerb besteht, darf die Zahl eingeladener Bewerber nicht kleiner als fünf sein, solange es genügend geeignete Bewerber gibt (s. § 6 Abs. 3 V). Die Beschaffungsstelle kann eine maximale Anzahl Bieter in der Gebotsphase bestimmen, muss diese Zahl jedoch in der Ausschreibung bekannt geben (s. § 6 Abs. 2 V).

Die öffentliche Ausschreibung ist mit Kosten verbunden. Zunächst muss die Publikation vorbereitet werden. Die Publikation selber und die nachträgliche Zuschlagsanzeige verursachen fixe Kosten. Weiterhin ist die öffentliche Ausschreibung aufwendig, weil die Anzahl der Anbieter gross ist und die Abklärung zur Auswahl schwierig wird.

Alle Bewerber erhalten eine sogenannte "Daily-Offerte". Diese beschreibt detailliert den Zeitplan und die gewünschten Eigenschaften des Auftrags. Die Bieter erstellen selber eine ebenso detaillierte Kostenberechnung, welche von der Beschaffungsstelle überprüft und verglichen werden muss.

Diese Kosten einer öffentlichen Ausschreibung führen dazu, dass bei Aufträgen, in welchen die geschätzten Kosten gering sind, eine beschränkte Ausschreibung oder eine Direktvergabe bevorzugt wird.

In der beschränkten Ausschreibung (auch Einladungsverfahren genannt) lädt die auftraggebende Stelle die geeigneten Bewerber ein (s. § 7 V). Sie verkleinert somit den Kreis der potentiellen Anbieter, womit die Auswahl leichter fällt. Damit jedoch ein Mindestwettbewerb bleibt, muss die Einkaufsstelle bis zu einem geschätztem Auftragswert von Fr. 100'000.- in der Regel fünf und bis zu einem geschätztem Auftragswert von Fr. 300'000.- in der Regel sieben geeignete Bewerber einladen, sofern es genügend geeignete Bewerber gibt (s. § 7 V).
Beim direkten Verfahren verhandelt die Beschaffungsstelle mit *einem* Anbieter. Zunächst führt die Beschaffungsstelle eine Liste mit Firmen, die ihr mitgeteilt haben, unterbeschäftigt zu sein. Unter diesen Firmen wählt die Beschaffungsstelle eine Firma nach dem Kriterium der gleichmässigen Verteilung aus. Es werden also jene Firmen bevorzugt, die noch wenig Aufträge erhalten haben.[3] Die ausgewählte Firma erstellt dann eine Offerte.
Ein Ingenieur oder Architekt, der die Durchführung der Arbeiten leitet, errechnet selber auch einen Kostenvoranschlag. Sofern das Angebot der Firma dem Ingenieur zu teuer erscheint, werden die Leistungen der Firma geprüft. Wenn die Leistungen den ursprünglichen Vorstellungen des Ingenieurs entsprechen, so dass dieses Gebot immer noch zu teuer erscheint, dann wird versucht mit der Firma einen günstigeren Preis auszuhandeln. Erst wenn der erwünschte Preis nicht erreicht werden kann, wird eine kleine Submission durchgeführt, in welcher mehrere Offerten verglichen werden.[4]
In Tabelle 1 ist ersichtlich, dass z.B. im Jahr 1998 2'385 Aufträge vergeben worden sind. Der Leiter des Submissionswesen im Baudepartement Basel-Stadt schätzt, dass 200 Aufträge mit einer öffentlichen Ausschreibung, 500 Aufträge mit einer beschränkten Ausschreibung und die restlichen 1685 Aufträge direkt vergeben wurden.[5] Mit der Aufteilung nach Auftragswert wird somit eine wesentliche administrative Entlastung erreicht, ohne bei den grossen Aufträgen auf die Wettbewerbsbedingungen zu verzichten.

2.1.3 Schwellenwerte

Wie oben schon erwähnt, wird die Wahl des anzuwendenden Verfahrens durch die Höhe des Auftragswertes festgelegt.
Ab den Schwellenwerten in Tabelle 3 muss grundsätzlich mindestens eine beschränkte Ausschreibung angewendet werden.[6]

[3]Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

[4]Gespräch mit Herrn Sitzler vom 13.8.1999.

[5]Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

[6]Eine öffentliche Ausschreibung kann auch erfolgen.

Tabelle 3: Schwellenwerte für eine beschränkte Ausschreibung

Art des Gewerbes	Schwellenwert
Hoch- und Tiefbaugewerbe	Fr. 50'000.-
Aufträge des weiteren Baugewerbes	Fr. 30'000.-
Lieferaufträge	Fr. 30'000.-
Dienstleistungsaufträge	Fr. 30'000.-

Quelle: § 8 lit.c) V.

In Tabelle 4 sind die Schwellenwerte eingetragen, ab welchen eine öffentliche Ausschreibung erfolgen muss.

Tabelle 4: Schwellenwerte für eine öffentliche Ausschreibung

Art des Gewerbes	Schwellenwert
Hoch- und Tiefbaugewerbe	Fr. 300'000.-
Aufträge des weiteren Baugewerbes	Fr. 100'000.-
Lieferaufträge	Fr. 100'000.-
Dienstleistungsaufträge	Fr. 100'000.-

Quelle: § 9 V.

Bei der Verfahrenswahl ist aus juristischer Sicht die tatsächliche Höhe des Auftragswert relevant. In der Praxis kann diese Regelung zu Problemen führen, weil vor der Ausschreibung nicht bekannt ist, welche Firma mit welchem Gebot gewinnt.
Bevor ein Auftrag ausgeschrieben wird, erstellt der Architekt oder Bauingenieur, welcher den Auftrag geplant hat, einen Kostenvoranschlag. Dieser geschätzte Auftragswert dient der Beschaffungsstelle als Orientierung, welches Verfahren zur Anwendung kommt.
Wenn sich nach der Öffnung herausstellt, dass die Gebote höher als die Voreinschätzung sind, so dass ein anderes Verfahren hätte angewendet werden sollen, so entscheidet die Submissionsstelle, ob es sinnvoll ist ein neues Verfahren durchzuführen und das durchgeführte zu ignorieren.[7] Im schlimmsten Fall muss die Submissionsstelle bei dieser Vorgehensweise mit einem Rekurs von einer negativ betroffenen Firma rechnen.
In Ausnahmefällen können die grundsätzliche Schwellenwerte unbeachtet bleiben, um den Auftrag direkt zu vergeben. Die Möglichkeiten, in welchen eine solche Direktvergabe erlaubt

[7] Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

ist, sind in § 8 V aufgezählt. So kann der Auftrag unter anderem bei abgesprochenen Angeboten (s. § 8 lit. a V) oder auch aus Gründen äusserster Dringlichkeit im Zusammenhang mit unvorhersehbaren Ereignissen (§ 8 lit. b V) direkt vergeben werden.

2.1.4 Vergabe

§ 12 und § 13 V schreiben vor, welche Angaben bei der Publikation der Ausschreibung und bei den Ausschreibungsunterlagen beigefügt werden müssen. Zu diesen Angaben gehören besondere Eignungs-, Zuschlagskriterien und Fristen. Bei der Vergabe werden nur die Bieter berücksichtigt, welche die angegebenen Fristen und Eignungskriterien erfüllen.

Eignungskriterien In Basel gilt das Leistungsortsprinzip (s. § 3 G): Dieses besagt, dass Aufträge nur an diejenigen Anbieter vergeben werden dürfen, welche die am Ort der Leistung geltenden Arbeitsbedingungen und Arbeitsschutzbedingungen einhalten (s. Galli, Lehmann und Reichsteiner (1996), Abs. 223).
Als Ziel des Leistungsortsprinzip wird die Sicherung sozialer Errungenschaften und die Wahrung des Arbeitsfriedens genannt. Es solle der Abwehr eines unerwünschten Sozialdumping dienen und steht somit in erster Linie im Dienste einer sozialpolitischen Zielsetzung (Gemäss Bundesrätliche Botschaft. Siehe Galli, Lehmann und Reichsteiner (1996), Abs. 224).
In Basel gilt auch das Vorortsprinzip. Das Submissionsgesetz schreibt vor, dass die berücksichtigten Firmen ihren Sitz (Steuerdomizil) in Kanton Basel-Stadt haben sollen oder zumindest ein gewisser Teil der Belegschaft im Kanton Basel-Stadt wohnhaft und steuerpflichtig ist (s. § 1 G). Zusätzlich kann eine Firma berücksichtigt werden, wenn ihr Sitzkanton, ihre Sitzgemeinde bzw. ihre entsprechende Gebietskörperschaft Gegenrecht gegenüber Firmen mit Sitz im Kanton Basel-Stadt gewähren. Das heisst, dass Basler Firmen auch bei Ausschreibungen des Sitzkantons, der Sitzgemeinde bzw. der Gebietskörperschaft der entsprechenden Firma berücksichtigt werden.
Am 24. April 1998 hatte Basel-Stadt folgende Gegenrechtsvereinbarungen:

Tabelle 5: Gegenrechtsvereinbarungen des Kantons Basel-Stadt

Kantone (für originäre Kantonsaufgaben): BL, AG, SO, BE, SZ, ZG, SG, AR, ZH
Gemeinden (für originäre Gemeindeaufgaben): - Gemeinden des Kantons BL: Aesch, Allschwil, Arisdorf, Binningen, Birsfelden, Blauen, Böckten, Bottmingen, Buus, Dittingen, Duggingen, Eptingen, Grellingen, Hölstein, Lauwil, Maisprach, Münchenstein, Muttenz, Oberwil, Pratteln, Reinach, Rickenbach, Rothenfluh, Rümlingen, Sissach, Schönenbuch, Tenniken, Therwil, Zwingen. - andere: Balsthal SO, Altendorf SZ.
Oberrheinischer Wirtschaftsraum: - Baden-Württemberg.

Quelle: Baudepartement des Kantons BS (1998)

Als weitere Eignungskriterien kann die auftraggebende Stelle zur Beurteilung der Bewerber den Nachweis betreffend die wirtschaftliche, finanzielle, technische und organisatorische Leistungsfähigkeit verlangen (s. § 3 G).

Zuschlag Jede Firma unterbreitet eine Offerte, ohne das Angebot ihrer Mitbewerber zu kennen. Sie reichen ihr Gebot in einem verschlossenen Couvert am Ort und in der Frist, welche in der Ausschreibungsunterlagen angegeben sind, ein. Die Angebote sind grundsätzlich ohne Vergütung zu erstellen, soweit eine solche nicht in den Ausschreibungsunterlagen vorgesehen ist (s. § 16 V).

Beim Festlegen des Angebots sind Handlungen, Absprachen und Übereinstimmungen zwischen den Bewerberinnen und Bewerber, welche die Bedingungen eines wirksamen Wettbewerbs beeinträchtigen, unzulässig. Angebote, die in der Folge solcher Handlungen, Absprachen und Übereinstimmungen abgegeben wurden, sind auszuschliessen (s. § 10 V).

Nach Ablauf der Eingabefrist können Angebote nur nach Rücksprache der vergebenden Stelle mit dem zuständigen Berufsverband abgeändert werden (s. § 19 V). Dies könnte notwendig sein, wenn eine Firma bei der Berechnung des Gebots einen offensichtlichen Fehler begangen hat.

Verhandlungen zwischen der auftraggebenden Stelle und den Bewerbern über Preise und Preisnachlässe sind hingegen vor und nach der Öffnung unzulässig (s. § 22 V).

Im öffentlichen und im selektiven Verfahren können die Bewerber an der Öffnung von Angeboten teilnehmen. Zusätzlich wird über die Öffnung ein Protokoll erstellt, welches die Bewerber auf Verlangen einsehen können (s. § 20 V).
Nach der Öffnung wird über die Angebote eine objektive Vergleichstabelle erstellt, welche als Grundlage für den Zuschlagsentscheid dient. Nach der Entscheidung der Submissionsstelle werden die Bewerber schriftlich über den Zuschlag unter Angabe der beauftragten Firma und der Vertragssumme benachrichtigt.
Der Zuschlag erfolgt auf das wirtschaftlich günstigste Angebot. Bei der Beurteilung ist in erster Linie das Preis-/Leistungsverhältnis zu beachten (s. § 23 V). Daneben können auch Kriterien wie Qualität, Rentabilität, Betriebskosten, Kundendienst, Ökologie, technischer Wert, Ästhetik, Qualitätssicherung, Termine, Kreativität und Infrastruktur berücksichtigt werden (s. § 23 V). Die Zuschlagskriterien sind in der Ausschreibung anzugeben (s. § 12 V und § 13 V). Im Allgemeinen wird jedoch nach der angemessenen Qualifikation der Bewerber nur auf den Preis geachtet.
Bei annähernd preisgleichen Angeboten können zusätzliche Zuschlagskriterien zur Anwendung gelangen (s. § 24 V und § 2 Abs. 4 G):

- Bisher erhaltene Aufträge der kantonalen Verwaltung.
- Betriebskapazität (im Verhältnis zu Auftragsvolumen und Terminen).
- Bereitschaft zu Servicearbeiten.
- Nachweis über Lehrtöchter- bzw. Lehrlingsausbildung im Kanton Basel-Stadt.
- Kurze Distanz zwischen technischem bzw. Fabrikationsbetrieb und Ausführungsort.
- Angebot von frauenfördernden Massnahmen für Mitarbeiterinnen.
- Einhaltung der über die gesetzlichen Mindestanforderungen hinausgehenden freiwilligen orts- und branchenüblichen Umweltschutzbestimmungen sowie Ausbildung des Personals in diesem Bereich.
- Erbrachter Nachweis eines optimalen Arbeitssicherheits-Standards in technischer Hinsicht sowie entsprechende Ausbildung des Personals in diesem Bereich.

Als annähernd preisgleich gilt hierbei eine Preisdifferenz bis maximal 2 % zwischen den für eine Vergabe in Frage kommenden Angeboten (s. § 24 Abs. 2 V).

Aus den oben genannten Punkten bedürfen die ersten beiden einer Erläuterung. Die Beschaffungsstelle bevorzugt vor allem Firmen, die wenig Aufträge erhalten haben und solche, die momentan unterbeschäftigt sind.
Der Preis, den die Beschaffungsstelle an die ausführende Firma zahlt, ist der Preis, den die Firma in ihrer Offerte angeboten hat, wobei dieser noch bei zukünftigen Preisänderungen angepasst wird. Auf diese Preisänderungen hat die Firma jedoch keinen Einfluss mehr. Es sind allgemein verwendete Teuerungsindizes, welche in Zeitschriften wie "Volkswirtschaft" oder in Veröffentlichungen des Baumeisterverbandes publiziert werden, sowie Lohnänderungen, die vom Gesamtarbeitsvertrag durchgesetzt werden.[8] Die Bieter geben bei ihrem Gebot jedoch an, welcher Anteil des Gesamtgebots an Preisänderungen des Materials, welcher Anteil an Preisänderungen der Löhne und welcher Anteil nicht an Preisänderungen angepasst werden soll.

2.1.5 Anpassung an übergeordnete Gesetze

Neue übergeordnete Gesetze haben dazu geführt, dass das Beschaffungsgesetz vom 20. Oktober 1993 ersetzt werden musste. Der wichtigste Unterschied liegt dabei in der Vollziehung der Liberalisierung: Die Vorschriften des Kanton Basel-Stadt zum Schutz des einheimischen Gewerbes sind mit dem Grundsatz des freien und gleichberechtigten Marktzutritts unvereinbar (s. Schneider (1998)). Die Kantonsregierungen von Kanton Basel-Stadt und Kanton Baselland haben grundsätzlich beschlossen, das Submissionswesen partnerschaftlich zu behandeln (s. Schneider (1998)). Wir werden im Abschnitt 2.2.6 näher auf das neue Gesetz eingehen.
Bevor das neue Gesetz, welches auch das Binnenmarktgesetz berücksichtigen muss, in Kraft gesetzt wurde, mussten für die Übergangszeit noch die dringlichsten Anpassungen im *"Einführungsgesetz zum GATT-Übereinkommen und zur Interkantonalen Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen (EGöB)"* vom 20. November 1996 vorgenommen werden. Diese Gesetzestechnik wurde deshalb gewählt, damit das Vorortsprinzip, das mit dem Binnenmarktgesetz im Widerspruch steht, vorläufig noch Gültigkeit behält (s. Baudepartement des Kanton Basel-Stadt (1998), S. 4). Das Vorortsprinzip steht nicht mit den internationalen Gesetzen im Widerspruch, da diese nur verlangen, dass die Ausländer den Inländern gleichgestellt werden, während das Binnenmarktgesetz noch zusätzlich verlangt, dass alle Personen mit Niederlassung oder Sitz in der Schweiz gleichberechtigten Zugang zum Markt haben sollen (s. Art. 1 BGBM). Das Submissionsgesetz sollte bis zum 1. Juli 1998 dem Bin-

[8] Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

nenmarktgesetz angepasst werden (s. Baudepartement des Kanton Basel-Stadt (1998), S. 3), während das GATT/WTO-Übereinkommen schon am 1. Januar 1996 in Kraft getreten ist. Eine weitere wichtige Anpassung ist die Integrierung des Rechtsschutzes (s. § 4 EGöB). Ein Rekurs kann innerhalb von 10 Tagen nach Eröffnung der Verfügung oder des Entscheides betreffend einen Zuschlag begründet eingereicht werden. Die Rekursinstanz ist das Verwaltungsgericht.
Das Verfahren des Rechtsschutzes richtet sich nach der Interkantonalen Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen. Das Gutheissen des Rekurses ändert nichts an der Verbindlichkeit von Verträgen (S § 5 Abs. 1 EGöB). Die Haftung beschränkt sich auf die Kosten der Teilnahme am Vergabeverfahren, die bei Vermeidung des festgestellten Fehlers abgegolten worden wären (s. § 5 Abs. 2 EGöB).
Weiter wurde im EGöB der Beschaffungsstelle ein zusätzliches Instrument zur Verfügung gestellt. Firmen, die bei der Erfüllung öffentlicher Aufträge gegen Angebotsregeln verstossen, können für eine angemessene Dauer von der Teilnahme an Vergabeverfahren ausgeschlossen werden (s. § 6 EGöB). Dieses Instrument ist bei Firmen anwendbar, welche den Gesamtarbeitsvertrag verletzen. Die Firmen werden für eine angemessenen Zeitdauer ausgesperrt.[9]
Nach der Durchführung der Aufträge wird die Arbeit beurteilt. Firmen, welche drei mal eine qualitativ schlechte Arbeit geleistet haben, werden nur noch widerwillig an einer Ausschreibung zugelassen. Eine Aussperrung wegen qualitativ mangelnder Arbeit ist jedoch rechtlich problematisch. Die Submissionsstelle versucht in solchen Fällen, die betroffenen Firmen durch Gespräche zu disziplinieren und schränkt ihre Teilnahme durch eine strenge Kontrolle der Eignungskriterien ein.[10]

2.2 Rechtliches Umfeld

Internationale wirtschaftliche und politische Entwicklungen haben zu einer Situation geführt, in der die wirtschaftlich wichtige Thematik des Submissionswesens auf verschiedensten Ebenen geregelt ist. Die heutigen gültigen Rechtsquellen für den Kanton Basel-Stadt sind:

- GATT/WTO-Übereinkommen (GPA General Procurement Agreement)
- Bilaterales Übereinkommen mit der EU (CH-EU-Abkommen)
- Bundesgesetz über das öffentliche Beschaffungswesen (BoeB) mit ausführender, bzw. ergänzender Verordnung (VoeB)

[9] Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.
[10] Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

- Nationalstrassenrecht (NSG/NSV)
- NEAT-Beschluss
- Binnenmarktgesetz (BGBM)
- Kartellgesetz (KG)
- Interkantonale Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen (IVöB)
- Vergaberichtlinien über das öffentliche Beschaffungswesen (VRöB)
- Kantonales Recht (G und V)

Im folgenden soll versucht werden, die ökonomisch relevanten Merkmale der verschiedenen Gesetze hervorzuheben.

2.2.1 GATT/WTO-Übereinkommen

Das GATT/WTO-Übereinkommen über das öffentliche Beschaffungswesen ist für die Schweiz am 1. Januar 1996 in Kraft getreten. Gemäss Annex 2 unterliegen nebst dem Bund auch die kantonale Regierungen dem Übereinkommen ab folgenden Schwellenwerten:[11]

Tabelle 6: Schwellenwerte für die Gültigkeit des GATT-Übereinkommens von 1999

Auftragsart	Schwellenwert	
Lieferungen	Fr.	383’000.-
Dienstleistungen	Fr.	383’000.-
Bauwerken	Fr.	9’575’000.-

Quelle: Umgerechnet aus Annex 2 GPA für das Jahr 1999.

Das Hauptanliegen des Übereinkommens ist, dass ausländische Waren, Dienstleistungen und Anbieter nicht schlechter als andere ausländische oder inländische Waren, Dienstleistungen und Anbieter behandelt werden sollen (s. Art. III Abs. 1 GPA). Für Auftragswerte über den oben genannten Schwellenwerten soll die Beschaffung gegenüber ausländischen Anbietern

[11] Die Schwellenwerte in Annex 2 GPA werden in “Sonderziehungsrechten” angegeben. Die Umrechnung in Tabelle 6 erfolgt gemäss dem Kurs in der “Verordnung über die Anpassung der Schwellenwerte im öffentlichen Beschaffungswesen für das Jahr 1999”.

liberalisiert werden. Ausländische Firmen können aber durch Zölle und Abgaben aller Art, die anlässlich der Einfuhr erhoben werden, benachteiligt werden (s. Art. III Abs. 3 GPA).
Als Vergabeverfahren werden dieselben genannt wie im kantonalen Recht (s. Art. VII Abs. 3 GPA). Die Regeln zu diesen Verfahren, wie zum Beispiel die Wahl der Anbieter im selektiven Verfahren oder im freihändigen Verfahren, sollen jedoch nicht diskriminierend sein (s. Art. VII Abs. 1 GPA). Auch sollen technische Spezifikationen nicht mit der Absicht angewendet werden, unnötige Hemmnisse für den internationalen Handel zu schaffen (s. Art. VI Abs. 1 GPA).
Als zusätzliches Instrument beim selektiven Verfahren nennt das GPA die Führung von Listen qualifizierter Anbieter (s. Art. IX Abs. 9 GPA). Die Teilnehmer am selektiven Verfahren können aus den eingetragenen Unternehmen gewählt werden. Bei Anwendung einer solchen Liste muss die Beschaffungsstelle diese regelmässig publizieren und den nicht eingetragenen Firmen die Möglichkeit einer Qualifikation gewähren.
Damit auch ausländische Anbieter eine realistische Chance erhalten ein Gebot abzugeben, werden im GPA Mindestfristen zwischen dem Zeitpunkt der Veröffentlichung und dem Zeitpunkt der Entgegennahme des Gebots festgelegt. Diese Mindestdauer beträgt beim offenen und selektiven Verfahren ohne ständige Listen qualifizierter Anbieter 40 Tage (s. Art. XI Abs. 2 lit. b GPA).
Über die Zuschlagskriterien enthält das GPA lediglich die Bedingung, dass sie in den Vergabeunterlagen angeführt werden sollen (s. Art. XII Abs. 2 lit. h und Art. XIII Abs. 4 lit. a GPA). Das Übereinkommen gibt aber der Beschaffungsstelle die Möglichkeit keinen Auftrag zu vergeben, sofern dies im öffentlichen Interesse wäre (s. Art. XIII Abs. 4 lit. b GPA). Das Übereinkommen nennt keine derartigen Beispiele. Es darf aber angenommen werden, dass ein geltender Grund vorliegt, wenn ein begründeter Verdacht auf eine Preisabsprache der Bieter besteht.
Das GPA lässt Verhandlungen explizit zu, wenn dies in der Bekanntmachung der Beschaffung angekündigt wurde (s. Art. XIV Abs. 1 lit. a GPA) oder wenn die Bewertung ergibt, dass kein Angebot nach den spezifischen Bewertungskriterien in der Publizierung oder in den Vergabeunterlagen eindeutig das günstigste ist (s. Art. XIV Abs. 1 lit. b GPA). Unter Verhandlungen versteht das GPA jedoch etwas anderes als das kantonale Gesetz. Die Verhandlungen sollen dazu dienen, Stärken und Schwächen der Angebote zu erkennen (s. Art. XIV Abs. 2 GPA) und sind daher als Abklärungsgespräche zu verstehen. Im kantonalen Gesetz haben Verhandlungen hingegen auch das Ziel, den Preis zu senken.
Die Bedingungen, um das freihändige Verfahren anzuwenden, richten sich nicht nach Schwellenwerten, sondern nach sachlichen Kriterien (s. Art. XV GPA). So kann zum Beispiel un-

ter anderem aus Gründen äusserster Dringlichkeit (s. Art. XV Abs. 1 lit. c GPA), für unter ausserordentlich günstigen und nur befristet bestehenden Bedingungen mögliche Käufe (s. Art. XV Abs. 1 lit. i GPA),[12] oder auch für an Warenbörsen gekaufte Produkte (s. Art. XV Abs. 1 lit. h) der Auftrag direkt vergeben werden. Letzteres Beispiel ist besonders interessant, da es einen Hinweis darauf gibt, dass Ausschreibungen vor allem dort angewendet werden, wo ein gut funktionierender Markt fehlt.
Nach dem Zuschlag hat die Beschaffungsstelle die Verpflichtung über die Vergabe zu informieren (s. Art. XVIII GPA). Sie soll insbesondere den erfolgreichen Anbieter angeben (s. Art. XVIII Abs. 1 lit. b GPA), sowie entweder den Wert des erfolgreichen Angebots oder das höchste und niedrigste Angebot, das bei der Vergabe berücksichtigt wurde (s. Art. XVIII Abs. 1 lit. e GPA).
Im Gegensatz zum kantonalen Recht räumt das GPA den Firmen die Beschwerdemöglichkeit ein (s. Art. XX GPA).[13]
Jedes Land, das Vertragspartei des GPA ist, kann innerhalb von 60 Tagen vom Übereinkommen zurücktreten (s. Art. XXIV Abs. 10 GPA).

2.2.2 Bundesrecht

Am 1. Januar 1996 sind das Bundesgesetz und die Verordnung über das öffentliche Beschaffungswesen in Kraft getreten. Ziel dieses Bundesrecht ist die Übertragung des GATT/WTO-Übereinkommens auf der Bundesebene (s. Art. 4 und Art. 8 Abs. 1 lit. a BoeB). Somit wird explizit die allgemeine Bundesverwaltung, jedoch nicht die kantonale Verwaltung, als Auftraggeber dem Gesetz unterstellt (s. Art. 2 Abs. 1 lit. a BoeB).
Das Bundesrecht findet keine Anwendung auf die Kantone. Da die Regelung im Allgemeinen den Ausführungen des GATT/WTO Übereinkommen entspricht, erübrigt sich hier eine weitere Behandlung.

2.2.3 Bilaterales Abkommen über das öffentliche Beschaffungswesen mit der EU

Der Binnenmarkt der EU hat die Regelungen des GATT auf private Auftraggeber, die in den Bereichen der Wasser-, Elektrizitäts- und Verkehrsversorgung tätig sind, sowie für die Vergaben im Telekommunikationssektor und bei den Eisenbahnen erweitert. Ausserdem wurde

[12] Zum Beispiel bei Veräusserung des Geschäftsvermögen bei einer Liquidierung.

[13] Mit dem Einführungsgesetz zum GATT-Übereinkommen und zur Interkantonalen Vereinbarung über öffentliches Beschaffungswesen ist auch auf kantonaler Ebene diese Möglichkeit eingeführt worden.

der Anwendungsbereich auf regionale und lokale Gebietskörperschaften ausgedehnt.
Das bilaterale Abkommen über das öffentliche Beschaffungswesen mit der EU ist ein Vertrag zwischen der EU und der Schweiz, welches in der Schweiz am 16. Oktober 2000 ratifiziert worden ist. Das Abkommen ist am 1. Juni 2002 in Kraft getreten (s. Integrationsbüro (2000)).
Anbieter aus der EU erhalten das Recht, sich an Beschaffungen in den oben genannten Bereichen, soweit sie nicht vom GATT abgedeckt sind, sowie an Aufträgen von Bezirken und Gemeinden in der Schweiz zu beteiligen. Im Gegenzug erhalten schweizerische Anbieter bei Beschaffungen von regionalen und lokalen Gebietskörperschaften in der EU den vollen Marktzutritt (Art. 3 Abs. 1 CH-EU-Abkommen).
Die Schwellenwerte für die Gültigkeit bei Beschaffungen durch Bezirke und Gemeinden entsprechen den Schwellenwerten des GATT-Übereinkommen in Tabelle 6 (s. Art. 3 Abs. 4 CH-EU-Abkommen).[14]
Die Parteien verpflichten sich, in den Vergabeverfahren Produkte, Dienstleistungen und Anbieter der anderen Parteien nicht schlechter zu stellen als inländische oder als solche aus einem Drittland. Anhang X des Übereinkommens enthält eine Aufzählung von Beispielen von Verhaltensweisen, welche direkt oder indirekt diskriminierende Wirkungen haben können (s. Art. 6 Abs. 2 und Anhang X CH-EU-Abkommen).
Die Überwachung der Einhaltung des Abkommens soll durch je eine unabhängige Kommission auf EU-Ebene und auf Schweizer Ebene erfolgen. In der Schweiz soll diese Aufgabe durch die von der Konferenz der Kantonsregierungen und vom Bundesrat eingesetzten Kommission zur Umsetzung und Überwachung der internationalen Verpflichtungen im Bereich des öffentlichen Beschaffungswesen erfolgen (s. Art. 8 CH-EU-Abkommen und EVD (1999), Seite 41). Das Schwergewicht dieser Überwachung soll sowohl in der EU wie auch in der Schweiz auf der informellen, raschen Problemlösung liegen (s. EVD (1999), Seite 41).

2.2.4 Bundesgesetz über den Binnenmarkt

Zweck des Gesetzes ist es, den Inländern (Personen mit Niederlassung oder Sitz in der Schweiz) für die Ausübung ihrer Erwerbstätigkeit auf dem gesamten Gebiet der Schweiz einen freien und gleichberechtigten Zugang zum Markt zu gewähren (s. Art. 1 Abs. 1 BGBM). Das Gesetz verweist bei den Ausführungen über das Submissionswesen auf kantonales und interkantonales Recht, schreibt jedoch vor, dass diese Vorschriften Inländer nicht benachteiligen

[14] Es gelten andere Schwellenwerte für Private und öffentliche Unternehmen, welche auch von diesem Abkommen betroffen sind.

dürfen (s. Art. 5 Abs. 2 BGBM).
In Bezug auf völkerrechtliche Vereinbarungen füllt das Gesetz eine unabsichtlich entstandene Lücke. Das GATT/WTO-Übereinkommen geht bei seinen Vorschriften davon aus, dass Beschaffungsstellen bei Fehlen entsprechender Regeln Inländer gegenüber Ausländern bevorzugt. Aus der Sicht des Inlands besteht eine weitere Möglichkeit, dass Firmen aus einem anderen Kanton gegenüber Ansässigen benachteiligt werden. Die völkerrechtlichen Vereinbarungen führten nun zur seltsamen Situation, dass ausländische Bieter formell mehr Rechte haben als inländische Bieter aus einem anderen Kanton. Das BGBM garantiert nun jedem inländischen Bieter mindestens die gleichen Rechte wie sie den ausländischen Bietern aufgrund von völkerrechtlichen Übereinkommen zustehen (s. Art. 6 Abs. 2 BGBM).

2.2.5 Interkantonale Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen

Zweck der Vereinbarung ist die gegenseitige Öffnung der Kantone bei der Vergabe ihrer öffentlichen Aufträge (s. Art. 1 Abs. 1 IVöB). Die Schwellenwerte, ab welchen die Interkantonale Vereinbarung gilt, sind (s. Art. 7 IVöB):[15]

Tabelle 7: Gültigkeit des IVöK

Auftragsart	Schwellenwert
Bauwerken	Fr. 10'070'000.-
Lieferungen und Dienstleistungen	Fr. 403'000.-
Lieferungen und Dienstleistungen in den Bereichen Wasser-, Energie- und Verkehrsversorgung und im Telekommunikationsbereich	Fr. 806'000.-

Quelle: Art. 7 IVöB

Die Vereinbarung ist anwendbar auf Angebote von Firmen mit Sitz in einem beteiligten Kanton, in einem Vertragsstaat des GATT-Übereinkommens (soweit dieser Staat Gegenrecht gewährt) sowie in andere Staaten mit denen entsprechende vertragliche Abmachungen eingegangen worden sind (s. Art. 9 IVöB).
Die Grundsätze des Vergabeverfahrens werden explizit genannt (s. Art. 11 IVöB):

- Nichtdiskriminierung und Gleichbehandlung der Anbieterinnen und Anbieter.
- wirksamer Wettbewerb.
- Verzicht auf Angebotsrunden.

[15] Ohne Mehrwertsteuer.

- Beachtung der Ausstandsregeln.[16]
- Beachtung der Arbeitsschutzbestimmungen und der Arbeitsbedingungen.
- Gleichbehandlung von Frau und Mann.
- Vertraulichkeit von Informationen.

Einige Grundsätze bedürfen einer näheren Erläuterung: Die Vergaberichtlinien führen in Bezug auf die Angebotsrunden aus, dass Verhandlungen zwischen dem Auftraggeber und den Anbietern über Preise, Preisnachlässe und Änderungen des Leistungsinhalts unzulässig sind (s. § 26 VRöB).

Beim Grundsatz der Vertraulichkeit von Informationen geht es um den Schutz des geistigen Eigentums des Anbieters und um Wahrung von Geschäftsgeheimnissen (s. Galli et al. (1996), S. 85 f.). Eine Ausnahme des Vertraulichkeitsgrundsatzes bildet die Bekanntmachung des Gewinners mit dessem Gebot (s. § 30 Abs. 1 VRöB). Auf Gesuch hin haben die nicht erfolgreichen Firmen ein Recht auf die Begründung der Nichtberücksichtigung (s. § 30 Abs. 2 VRöB).

Die vorgesehenen Verfahrensarten entsprechen jenen des GATT-Übereinkommens und des kantonalen Rechts (s. Art. 12 IVöB). Auch hier können qualifizierte Anbieter auf einer Liste geführt werden (s. § 7 und § 20 VRöB). Die Wahl des freihändigen Verfahrens stützt sich auf sachliche Gründe, die im § 8 Abs. 1 VRöB aufgelistet sind. Diese sind z.B. der Schutz vor Absprachen (s. § 8 Abs. 1 lit. b VRöB), der Schutz geistigen Eigentums (s. § 8 Abs. 1 lit. c VRöB) oder Aufträge zur Ersetzung und Ergänzung bereits erbrachter Leistungen (§ 8 Abs. 1 lit. f VRöB). Die Schwellenwerte beziehen sich hier (wie auch beim GATT-Übereinkommen) darauf, von welchen Beträgen an dieses Gesetz angewendet werden muss. Diese Schwellenwerte sind aber ohnehin höher als diejenigen, ab welchen die Beschaffungsstelle gemäss dem kantonalen Recht nicht mehr freihändig vergeben kann. Die Ermöglichung der freihändigen Vergabe ist somit im Vergleich zum kantonalen Recht lockerer. Für die Beschaffungsstelle gilt die strengere der beiden Regelungen.

Die Einreichung der Angebote erfolgt grundsätzlich ohne Vergütung (s. § 21 Abs. 3 VRöB). Über die Öffnung der Angebote ist ein Protokoll zu erstellen. Darin sind die Anbieter und ihre Gebote genannt. Jedem Anbieter wird auf Verlangen Einsicht in dieses Protokoll gewährt (s. § 22 Abs. 2 VRöB).

Angebotsrunden und Verhandlungen zwischen dem Auftraggeber und den Anbietern über Preise, Preisnachlässe und Änderung des Leistungsinhalt sind unzulässig (s. § 26 VRöB). Bei

[16] Bezieht sich auf arbeitsrechtliche Bestimmungen im Falle eines Streiks.

ungewöhnlich niedrigen Angeboten kann aber der Auftraggeber beim Anbieter Erkundigungen einziehen, um sich zu vergewissern, dass dieser die Teilnahmebedingungen einhalten und die Auftragsbedingungen erfüllen kann (s. § 27 VRöB). Das Verbot der "Unterangeboten", wie es in älteren kantonalen Gesetzen durchaus üblich war, ist nicht vorgesehen.
Der Zuschlag erfolgt wie im kantonalen Recht auf das wirtschaftlich günstigste Angebot, wobei mehrere Kriterien berücksichtigt werden können (s. § 28 VRöB). Wie das GATT-Übereinkommen kennt auch das Interkantonale Übereinkommen den Rechtsschutz. Die Beschwerden sind innert 10 Tagen seit der Eröffnung der Verfügung einzureichen (s. Art. 15 Abs. 2 IVöB). Mögliche Gründe sind Rechtsverletzungen, einschliesslich Überschreitung oder Missbrauch des Ermessens, sowie unrichtige oder unvollständige Feststellungen des rechtserheblichen Sachverhaltes (s. Art. 16 Abs. 1 IVöB). Um der Beschwerdemöglichkeit eine Wirkung zu verleihen, darf der Vertrag erst nach Ablauf der Beschwerdefrist (s. Art. 14 Abs. 1 IVöB), und dies nur wenn keine aufschiebende Wirkung durch die Beschwerdeinstanz verordnet wurde, abgeschlossen werden (s. Art. 14 Abs. 1 und Art. 17 Abs. 2 IVöB).

2.2.6 Neues kantonales Gesetz über öffentliche Beschaffungen

Das Binnenmarktgesetz verpflichtet Kantone und Gemeinden, ihr Recht bis zum 1. Juli 1998 anzupassen (s. Baudepartement des Kantons Basel-Stadt (1998), S. 3). Dieser Termin wurde nicht eingehalten. In der Anpassungszeit nach diesem Termin ist davon auszugehen, dass die Regeln des Binnenmarktgesetzes gelten.
Art. 1 BGBM gewährleistet, dass Personen mit Niederlassung oder Sitz in der Schweiz für die Ausübung ihrer Erwerbstätigkeit auf dem gesamten Gebiet der Schweiz freien und gleichberechtigten Zugang zum Markt haben. Mit dem Grundsatz des freien und gleichberechtigten Marktzugangs im Widerspruch steht das Vorortsprinzip (s. Baudepartement des Kantons Basel-Stadt (1998), S. 3). Beschränkungen des freien Zugangs zum Markt sind nur noch zulässig, wenn diese zur Wahrung überwiegender öffentlicher Interessen unerlässlich und verhältnismässig sind (s. Art. 3 BGBM). Das Baudepartement wollte die Anpassung schon bei der Anpassung an das GATT/WTO-Übereinkommen vornehmen. Der Vorschlag stiess jedoch im Vernehmlassungsverfahren auf Widerstand. Der Gewerbeverband Basel-Stadt und der Basler Gewerkschaftsbund forderten, die zweijährige Anpassungsfrist des Binnenmarktgesetzes voll auszuschöpfen (s. Baudepartement des Kantons Basel-Stadt (1998), S. 4).
Im Verlaufe der Erstellung dieser Arbeit ist ein neues "Gesetz über öffentliche Beschaffungen (Beschaffungsgesetz)" vom 20. Mai 1999 vom Grossen Rat beschlossen worden. Etwas später wurde auch die neue Verordnung "Verordnung zum Gesetz über öffentliche Beschaffung"

vom 11. April 2000, wirksam. Das Gesetz ist in enger Zusammenarbeit mit dem Kanton Basellandschaft entstanden.

Explizit wird unter anderem der wirtschaftliche Einsatz der öffentlichen Mittel als Ziel des Kantons genannt (s. § 1 lit. c und § 9 lit. c G vom 20. Mai 1999).

Die wichtigste Veränderung ist die Öffnung des Marktes gemäss Binnenmarktgesetz. So darf sich derjenige bei einer Ausschreibung bewerben, der Sitz oder Niederlassung in der Schweiz oder in einem Vertragsstaat mit Übereinkommen über das öffentliche Beschaffungswesen hat (s. § 10 G vom 20. Mai 1999). Der freie Zugang zum Markt darf wie im Binnenmarktgesetz vorgeschrieben nur zur Wahrung überwiegender öffentlicher Interessen verhältnismässig beschränkt werden (s. § 2 G vom 20. Mai 1999).

Es wird weiterhin verlangt, dass die Anbieter von Leistungen, die in der Schweiz erbracht werden, einem Gesamtarbeitsvertrag unterstehen. Massgebend ist der Gesamtarbeitsvertrag am Sitz des Anbietenden (s. § 5 Abs. 3 G vom 20. Mai 1999). Präzisiert wird, dass die Gesamtarbeitsverträge dauernd und vollumfänglich eingehalten werden müssen (s. § 5 Abs. 2 lit. a G vom 20. Mai 1999). Ausländische Anbieter haben für Arbeiten vor Ort hingegen den im Kanton Basel-Stadt geltenden GAV dauernd und vollumfänglich einzuhalten (s. § 5 Abs. 4 G vom 20. Mai 1999). Um nicht gegen GATT-Bestimmungen zu verstossen, wird in der Praxis auch von den Inländern bei Aufträgen über den GATT-Schwellenwerten verlangt, dass sie den im Kanton Basel-Stadt geltenden GAV erfüllen,[17] obwohl dies gegen das Binnenmarktgesetz verstösst. Die Vorstellung ist, dass ein GAV eines ausländischen Unternehmens den ihm unterstellten Firmen grössere Freiheiten gewähren könnte als ein schweizerischer GAV. Auch wenn ein GAV aus einem anderen Land mit einem schweizerischen GAV vergleichbar wäre, so darf eine Firma aus einem Partnerland nicht gegenüber einer Firma aus einem anderen Partnerland bevorzugt behandelt werden.

Die Verfahrensarten sind im neuen Gesetz unverändert geblieben, wobei das "beschränkte Verfahren" auf "Einladungsverfahren" unbenannt wurde (s. § 12 G vom 20. Mai 1999).

Im selektiven Verfahren ist die Führung von ständigen Listen über qualifizierte Anbieter neu erlaubt worden (s. § 16 G vom 20. Mai 1999). Die Beschaffungsstelle in Basel-Stadt sieht jedoch wegen dem hohen administrativen Aufwand, der aus der Pflicht der Publikation und Eignungsabklärungen hervorgehen, von dieser Möglichkeit ab.[18]

Neu wurden auch die Grundsätze des Verfahrens aufgezählt (s. § 9 Beschaffungsgesetz vom 20. Mai 1999):

[17] Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

[18] Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

- Transparenz der Verfahren
- Nichtdiskriminierung der Anbietenden
- wirtschaftliche Verwendung der zur Verfügung stehenden Mittel
- Einsatz von Kontrollmechanismen
- Rechtsmittelbelehrung bei anfechtbaren Entscheide
- Vertrauliche Behandlung von Informationen[19]

Es ist geplant, die Schwellenwerte auf die Werte in Tabelle 8 zu erhöhen (s. § 11 V vom 11. April 2000).

Tabelle 8: Neue kantonale Schwellenwerte

Art des Gewerbes	Schwellenwert für	
	öffentliche Ausschreibung	Einladungsverfahren
Bauhauptgewerbe	Fr. 500'000.-	Fr. 100'000.-
Baunebengewerbe	Fr. 250'000.-	Fr. 50'000.-
Lieferungen	Fr. 250'000.-	Fr. 50'000.-
Dienstleistungen	Fr. 250'000.-	Fr. 50'000.-

Quelle: § 11 V vom 11. April 2000.

Trotz der Erhöhung liegen die Werte noch unter den Schwellenwerten des IVöK in Tabelle 7 und unter den Schwellenwerten des GATT in Tabelle 6.

Neben der Erhöhung der Schwellenwerte für die Wahl des Verfahrens sind auch die Schwellenwerte für die verlangten Anzahl Teilnehmer beim Einladungsverfahren gestiegen. Es sollten bis zu einem Auftragswert von Fr. 250'000.- (statt bisher Fr. 100'000.-) mindestens 5 Anbieter und zwischen Fr. 250'000.- und Fr. 500'000.- (statt bisher Fr. 300'000.-) mindestens 7 Anbieter eingeladen werden (s. § 12 V vom 11. April 2000).

Neu ist im Gesetz ein Eintrag über Planungs- und Gesamtleistungswettbewerb berücksichtigt. Dieser dient den Auftraggebenden zur Bewertung verschiedener Lösungen in konzeptioneller, gestalterischer, ökologischer, wirtschaftlicher und technischer Hinsicht (s. § 20 Abs. 1 G vom 20. Mai 1999). Die Auftraggebenden regeln das Verfahren beim Planungs- und Gesamtleistungswettbewerb im Einzelfall (s. § 20 Abs. 1 G vom 20. Mai 1999).

[19] Ausgenommen sind das Protokoll über die Öffnung der Angebote und die nach der Zuschlagserteilung zu publizierenden Mitteilungen (s. § 9 lit. f G vom 20. Mai 1999).

Die Gesetze des Rechtsschutzes und der Aussperrung sind gemäss dem "Einführungsgesetz zum GATT-Übereinkommen und zur Interkantonalen Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen" und gemäss der IVöK reguliert worden. Neu werden hingegen die Kontrollen bestimmt: In der neuen Beschaffungsverordnung ist vorgesehen, dass das Einigungsamt von Amtes wegen oder auf Antrag prüft, ob die Anbietenden die verlangten Arbeitsbedingungen und die Gleichstellung von Mann und Frau einhalten (s. § 5 V vom 11. April 2000). Eine Verletzung dieser Voraussetzungen kann zum Ausschluss vom Vergabeverfahren führen (s. § 6 Abs. 1 V vom 11. April 2000). Auch wird festgelegt, dass bei Verstössen gegen die einzuhaltenden Vorschriften bezüglich Löhnen, Lohnzuschlägen und Sozialleistungen die fehlenden Leistungen nachzuzahlen sind (s. § 8 Abs. 1 V vom 11. April 2000). Die Kosten der Kontrollen werden nach Zeitaufwand zu einem Stundenansatz von Fr. 100.- berechnet (s. § 7 Abs. 1 V vom 11. April 2000). Sie werden den Anbietenden oder Dritten auferlegt, welche die Prüfung mit unzutreffenden Angaben veranlasst haben (s. § 7 Abs. 2 V vom 11. April 2000).
Zur Deckung der Selbstkosten für die Vervielfältigung und den Versand der Ausschreibungsunterlagen können Gebühren verlangt werden, wenn die einzelne Bestellung mehr als Fr. 100.- kostet (s. § 21 Abs. 1 V vom 11. April 2000). In der Ausschreibung ist festzuhalten, ob die Gebühr bei Einreichung eines vollständigen Angebots zurückerstattet wird (s. § 21 Abs. 2 V vom 11. April 2000).

2.3 Öffentliche Meinung und Praxis

Dieser Abschnitt behandelt Fragen, die in der Tagespresse im Zusammenhang mit dem Submissionswesen diskutiert werden. Dabei beschränken sich die Ausführungen auf jene Ausführungen, welche in der ökonomischen Analyse von Bedeutung sein könnten. Die wichtigsten Themen sind: Die Liberalisierung, das Mittelpreisverfahren, die Kosten und die Kollusion.
In einem weiteren Abschnitt "Simultane Ausschreibung" wird eine Vorgehensweise, wie Aufträge in der Praxis ausgeschrieben werden, erläutert.

2.3.1 Protektionismus und der Liberalisierungsprozess

Die in der Tagespresse vorherrschenden Themen sind der Protektionismus und die Liberalisierung. Dies ist insoweit erklärbar, da sich bei diesen Themen immer jemand benachteiligt fühlen kann. Besondere Aufmerksamkeit geniessen sie auch in Basel-Stadt, da die wirtschaftliche Verflechtung mit dem Halbkanton Basellandschaft eine politische Koordination des

Submissionswesens aufdrängte. Nachdem in den 80er Jahre die Verhandlungen der beiden Halbkantone scheiterten, entstand 1999 ein fast identisches Gesetz.

Seit jeher war das Submissionswesen in beiden Halbkantonen sehr protektionistisch ausgerichtet. Es galt das Territorialprinzip, wobei Basel-Stadt nur Aufträge an Firmen aus Basel-Stadt vergab und Baselland entsprechend nur jene in ihrem Kanton berücksichtigte.

Im Jahre 1954 sorgte diese Vorgehensweise für Diskussionsstoff als in Basel ein Hochhaus gebaut wurde, welches von der Basellandschaftlichen Hypotheken- und der Kantonalbank finanziert wurde (s. AZ (1954)). Für Sanitär- und Heizinstallationen wurde eine Gesamtsumme von ungefähr Fr. 500'000.- bezahlt. Bei Arbeiten in dieser Grössenordnung war es üblich, dass diese in Lose aufgeteilt und an mehrere Firmen vergeben wurden. Obwohl sich 20 Firmen der Stadt für diese Aufträge bewarben, fiel der Zuschlag an eine einzige Firma vom Lande. So kam der Vorwurf, dass die städtischen Firmen von vornherein ausschieden und dass jede Firma vergebens Aufwendungen von ungefähr Fr. 1500.- investiert hatte, um eine Offerte zu unterbreiten.

Argumente für das Territorialprinzip lauteten unter anderem: Die Erhaltung der Arbeitsplätze und damit der Steuerkraft im Kanton, die Förderung eines qualifizierten Berufsnachwuchses, die Berücksichtigung von Gewerben, deren Existenz in Basel bedroht ist, sowie die Erhaltung des Arbeitsfriedens, indem nur Firmen Staatsaufträge erhielten, welche dem in Basel-Stadt geltenden GAV unterstellt waren (s. BV (1979)).

Im Jahre 1976 wurde über eine allfällige Liberalisierung zwischen den Halbkantonen diskutiert (s. NZ (1976)). Die Liberalisierung scheiterte daran, dass Baselland kein Gegenrecht gewährte. Das Gegenrecht und die Einhaltung der Basler Gesamtarbeitsverträge sah die Basler Regierung als Vorbedingung einer Liberalisierung. So wurde später nach dem Grundsatz vorgegangen, auswärtige Firmen nur dann zu berücksichtigen, wenn in Basel-Stadt keine genügende Konkurrenz herrscht (s. BV (1979)).

Weitere Versuche der Liberalisierung scheiterten ebenfalls. Begründet wurde dies von Baselstädtischer Seite damit, dass das zu gewährende Gegenrecht von Baselland sich nur auf Aufträge des Kantons bezog. Dadurch hätte die Liberalisierung keine Wirkung auf die vom Gesamtvolumen her grösseren Aufträge der Gemeinden. Die Einwohnergemeinden von Basel-Stadt und die beiden städtischen Gemeinden Riehen und Bettingen sind im Gegensatz zur Gemeindeautonomie in Baselland dem Kantonsgesetz unterstellt.

Dem Protektionismus von Basel-Stadt stand auch der Protektionismus von Baselland gegenüber. In dieser Hinsicht ist besonders der "Fünf-Prozent-Protektionismus" nennenswert (s. NoZ (1988)). In Baselland galt die Bestimmung, dass ein einheimischer Offertsteller gegenüber seinem auswärtigen Konkurrenten maximal fünf Prozent teurer offerieren kann und er dann immer noch zum Zuge kam.

In den 90er Jahren ist in der Einstellung der Öffentlichkeit eine Wende eingetreten. Der Basler Baudirektor Christoph Stutz befürwortete die Liberalisierung in einer öffentlichen Rede und löste dadurch eine heftige Diskussion aus (s. BaZ (1992b)). Der sparwillige Kanton habe mit den ihm anvertrauten Steuergeldern treuhänderisch umzugehen. Es kam die Sichtweise zum Vorschein, dass der Basler Protektionismus einer Subvention des Gewerbes gleichkam. Das Gewerbe wiederum verschwendete diese Subvention durch Unterangebote im privaten Sektor. Andererseits kam die Einsicht auf, dass grosse auswärtige Firmen schon Niederlassungen in Basel-Stadt hatten, und somit als einheimische Firmen galten. Es wurde auch darauf aufmerksam gemacht, dass eine Gegenrechtsvereinbarung auch den Basler Firmen Staatsaufträge einbringen würde (s. Schenk (1993)).

Eine grosse Debatte verursachte im Jahre 1992 die Vergabe von Gipserarbeiten im Kantonsspital an eine auswärtige Firma (s. BaZ (1992a)). Die Firma bekam den Zuschlag, da der Basler Baudirektor der Ansicht war, die Preis-Angebote der Firmen in Basel-Stadt seien zu hoch, und der Verdacht auf eine Preisabsprache bestand. Nach der Vergabe kam die Kritik auf, dass die auswärtige Firma nur deshalb so billig arbeiten konnte, weil sie den GAV nicht erfüllte. Dieser Vorwurf entwickelte sich in der Zeitungslandschaft zu einem Streit.

Die tatsächliche Liberalisierung bezog sich im Jahre 1993 nicht nur auf den Halbkanton Basellandschaft, sondern auf den gesamten Oberrheinischen Wirtschaftsraum[20] (s. Matter (1993)). Man bestand jedoch weiterhin auf den beiden kritischen Elementen: Gewährung des Gegenrechts und Einhaltung des Gesamtarbeitsvertrags.

Im Jahre 1996 wurden die Zahlen des ersten Gesamtjahres unter dem neuen liberalisierten Gesetz präsentiert (s. BZ (1996)). Insgesamt wurden Aufträge im Gesamtwert von 307.1 Millionen Franken vergeben. Hierbei erhielten Firmen, welche in Basel-Stadt domiziliert waren, 85.1 % des Auftragsvolumens. 4.2 % machte der Anteil der Firmen im Nachbarkanton Baselland aus, während 10.7 % an Firmen in der übrigen Schweiz vergeben wurden. Firmen aus dem Elsass oder aus Baden-Württemberg erhielten keine Aufträge. Die Präsentation erfolgte unter der Überschrift "Basler Gewerbe der Konkurrenz gewachsen". Seit der Liberalisierung hat sich an der ausländischen Beteiligung nicht viel geändert. Der Leiter des Submissionsbüro in Basel-Stadt[21] vermutet, dass die Firmen des süddeutschen Raums an den Ausschreibungen nicht teilnehmen, weil sie bei qualitativ vergleichbarer Arbeit im Vergleich zu den einheimischen Firmen zu teuer sind. Für elsässische Firmen seien die technischen

[20] OWR.

[21] Herr Werner Sitzler.

Normen und die deutsche Sprache eine Barriere.[22]

Die weiteren Diskussionen in der Tagespresse wurden vor allem über die Liberalisierung auf internationaler Ebene geführt. Hieraus ergab sich wieder die Möglichkeit für die beiden Halbkantone, ein gemeinsames Submissionsgesetz aufzustellen, welches die internationalen und übrige Gesetze einhält. Nach all den erfolglosen Bemühungen in der Basler Submissionsgeschichte ist am 20. Mai 1999 ein gemeinsames Gesetz entstanden (s. G vom 20. Mai 1999).

Im theoretischen Teil der Arbeit, insbesondere im Kapitel 5, nimmt die Frage der "Liberalisierung" eine bedeutende Stelle ein. Es werden verschiedene Modelle vorgestellt, die aufzeigen unter welchen Bedingungen eine Liberalisierung vorteilhaft ist und unter welchen sie auch schaden kann.

2.3.2 Mittelpreisverfahren

Beim zur Zeit angewendeten Verfahren erfolgt der Zuschlag an diejenige Firma, welche das günstigste Gebot eingereicht hat. Dieses wurde in Basel-Stadt erst in den 90er Jahre als Nebenprodukt des Liberalisierungsprozesses Gestalt eingeführt. Davor wurden die Aufträge gemäss dem Mittelpreisverfahren vergeben, welches schon in der Verordnung von 1937 vorgeschrieben war (s. § 26 Verordnung betreffend Vergebung von Arbeiten und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung des Kantons Basel-Stadt vom 2. Juli 1937). Im Mittelpreisverfahren werden zunächst diejenigen Gebote nicht berücksichtigt, die mehr als 10 % vom arithmetischen Mittelwert der Gebote entfernt sind (s. § 25 Submissionsverordnung vom 23. Juni 1981). Zur Beurteilung der Angebote kann die vergebende Stelle bei Berufsverbänden gleichzeitig eine Richtofferte einholen (s. 24 Verordnung vom 23. Juni 1981), wobei diese erst nach Eröffnung der Angebote den Bewerbern bekannt gegeben werden. Sie ist im Mittelpreisverfahren wie ein normales Gebot einzubeziehen (s. § 25 Abs. 3 Verordnung vom 23. Juni 1981), um den Mittelwert zu berechnen. Die Beschaffungsstelle entscheidet nach Würdigung aller Umstände endgültig über die Zuteilung der Arbeit (s. § 25 Abs. 6 Verordnung vom 23. Juni 1981). Eine andere Vergabe als durch das Mittelpreisverfahren darf nur dann erfolgen, wenn durch ein Vernehmlassungsverfahren festgestellt wird, dass das Angebot ebenfalls noch angemessen ist.

Weitere Vorschriften für die vergebende Stelle enthält die Verordnung vom 23. Juni 1981 nicht.[23]

[22] Gespräch mit Herrn Sitzler vom 4.8.1999.

[23] Auch sind in der Verordnung vom 1937 keine weiteren Vorschriften enthalten.

Die Idee des Mittelpreisverfahrens ist es, übersetzte Preise und nicht kostendeckenden Angebote auszuschliessen (s. § 25 Verordnung vom 23. Juni 1981). Die nicht kostendeckende Angebote werden allgemein als Unterangebote bezeichnet. Als Begründung des Verbots von Unterangeboten wird der Schutz gewerblicher Betriebe vor einem Preiszerfall während Rezessionszeiten genannt (s. BV (1980)). Damit verbunden ist auch die Befürchtung, dass die Betriebe die Gesamtarbeitsverträge umgehen würden, um billiger anbieten zu können.
Während der Diskussion über die Liberalisierung ist das Mittelpreisverfahren immer wieder ins Gespräch gekommen. Meist wurde es als ein zusätzlicher Grund angegeben, weshalb sich die beiden Halbkantone nicht auf ein gemeinsames Submissionsgesetz einigen konnten. Basel-Stadt wollte das Mittelpreisverfahren beibehalten, während Baselland schon damals an den günstigsten Bieter vergab (s. BV (1980)).
Im Kapitel 3 werden die Schwierigkeiten beschrieben, weshalb das Mittelpreisverfahren als "Spiel" schwer zu lösen ist. Obwohl wir es nicht lösen, können wir trotzdem auf unerwünschte Eigenschaften dieses Verfahrens hinweisen.

2.3.3 Kosten

Die Gebote der Firmen sind die Preise, welche die Firmen vom Baudepartement verlangen, um den Auftrag durchzuführen. Die Gebote sind bei rationalen Firmen höher als die Kosten der Durchführung des Auftrags. Neben diesen Aufwendungen gibt es noch andere Auslagen, welche mit dem angewendeten Submissionsverfahren zusammenhängen: Die Teilnahmekosten der Bieter aufgrund des administrativen Aufwands und die Verfahrenskosten, die der Beschaffungsstelle bei einer öffentlichen Submission entstehen.
Die Höhe solcher Auslagen wird selten offengelegt. Dennoch sind solche Kosten vorhanden und haben einen wesentlichen Einfluss auf die ökonomische Analyse.
Im Jahre 1954 wurde z.B. bei einem Auftrag im Gesamtwert von Fr. 500'000.- geschätzt, dass eine Firma für die Kalkulation der Offerte Aufwendungen von mindestens Fr. 1500.- zu tragen hatte (s. AZ (1954)). Diese Kosten betreffen alle Firmen, die sich entscheiden ein Gebot einzureichen, selbst wenn sie den Zuschlag nicht erhalten.
In Zeitungen wurden auch die Kosten bei Durchführung öffentlicher Ausschreibungen erwähnt (s. BaZ (1998)). Diese wurden als Begründung angegeben, weshalb die Schwellenwerte zu erhöhen sind. Es wurden im erwähnten Zeitungsartikel jedoch auch Politiker zitiert, die für eine Schwellenwerterhöhung plädieren, um die regionalen Anbieter zu bevorzugen. Protektionismus könnte der eigentliche Grund von Schwellenwerterhöhungen zu sein.
Im Kapitel 5 werden die hier erwähnten Kosten als Faktoren berücksichtigt, welche die

Vorteile der Liberalisierung etwas relativieren. Die Verfahrenskosten sind im Kapitel 4 zur Bestimmung der Schwellenwerte innerhalb eines einfachen Modells wichtig. Die Kosten zur Überprüfung der Offerten werden im Abschnitt 5.2 berücksichtigt, während die Folgen der Teilnahmekosten im Kapitel 6 analysiert werden.

2.3.4 Kollusion

Kollusion im Submissionswesen ist ein Thema, das selten in der Öffentlichkeit diskutiert wird. Die Leute, welche sich absprechen, werden dies nicht offen bekanntgeben, da sie dadurch von der Submission ausgeschlossen werden können. Dennoch ist Kollusion ein Problem, welches nach Möglichkeit beachtet werden sollte.

Die offensichtliche und sehr problematische Art von Kollusion besteht im Submissionswesen bei Preisabsprachen der Bieter. In Protokollen von Versammlungen ist heute noch zu lesen, wie Meister im 19. Jahrhundert ihre Preise abgesprochen haben (s. BaZ (1997)). Dabei ist zu entnehmen, dass eine Einigung der verschiedenen Parteien gar nicht einfach war, doch um der "nutzlosen" Konkurrenz gegeneinander zu begegnen, wurden doch noch Wege zur Einigung gefunden.

Das bekannteste Beispiel in den 90er Jahren ist der "Gipserstreit", bei welchem Verdacht auf eine Preisabsprache bestand (s. Diezig (1992)). Eine Gruppe von zwölf Basler Firmen hatte in einer Vorbesprechung drei Arbeitsgruppen gebildet, welche Offerten für Gipseraufträge im Kantonsspital einreichen sollten. Der Gipsermeisterverband belegt in einer eigenen Schrift, dass die drei Gruppen in Ringabsprachen ihre Offerten "kartellmässig" in der Grössenordnung von 4.7 bis rund 5 Mio. Franken eingereicht hätten. Das Submissionsbüro liess aufgrund dieses Verdachts die Gebotsabgabe wiederholen.

Nach einer nochmaligen Begehung der zukünftigen Arbeitsstätte sollten sich beteiligte Firmen für Fehler in der Berechnung ihrer Gebote entschuldigt haben. Die neue Offerten der drei Arbeitsgruppen lagen in der Grössenordnung von 3.7 bis 3.84 Mio. Franken, wobei immer noch Verdacht auf eine Preisabsprache bestand. Die beiden durchgeführten Gebotsrunden wurden deshalb ignoriert, und der Auftrag an die Zürcher Firma LBS zum Preis von 2.8 Mio. Franken vergeben. Der Zürcher Firma wurde in der Folge vorgeworfen, sich nicht an den Basler Gesamtarbeitsvertrag zu halten und eine qualitativ schlechte Arbeit eingebracht zu haben.

Eine weitere Art von Kollusion entsteht, wenn die Vergabestelle sich mit einzelnen Firmen abspricht oder einzelne Firmen bevorzugt. Von Kollusion zwischen der Vergabestelle und einzelnen Firmen wird in den Zeitungsberichten nicht gesprochen. Es scheint, dass in Basel

diese Art von Kollusion kein Problem darstellt. Dabei ist die Gefahr einer solchen Absprache der eigentliche Grund, der ein Gesetz über das Submissionswesen erforderlich macht.
Als eine andere Variante von Kollusion der Beschaffungsstelle mit einzelnen Anbietern, kann auch die Bevorzugung regionaler Anbieter gegenüber auswärtigen Anbietern gezählt werden. Diese Variante wird unter dem Thema "Protektionismus" behandelt.
Die theoretische Forschung zum Thema "Preisabsprachen" erweist sich als sehr schwierig. Daher sind bisher nur wenige Aufsätze erschienen, obwohl es eine sehr wichtige Thematik ist.

2.3.5 Simultane Ausschreibungen

Nach der Öffnung der Offerten stellt das Submissionsbüro die Gebote der einzelnen Firmen übersichtlich dar und kennzeichnet die Firma, die den Zuschlag erhält. Aus solchen Zusammenstellungen können weitere Einsichten darüber gewonnen werden, wie die Handhabung des Submissionsbüro in der Praxis aussieht. Für diese Arbeit wurden einige solche Zusammenstellungen vom Jahre 1990 bis zum Jahre 1996 berücksichtigt. Die Aufträge darin sind nach Strassenabschnitten aufgeteilt. Es handelt sich hierbei um Tiefbauarbeiten.
Es fällt bei diesen Zusammenstellungen auf, dass die ausgeschriebenen Aufträge nicht in sich abgeschlossene Projekte sind. Das gesamte Projekt ist beispielsweise, die Strassen eines Stadtteils zu verarbeiten. Dieses Gesamtprojekt wird jedoch aufgeteilt in einzelne Strassen. Dies kann man damit erklären, dass die einzelnen Firmen gar nicht die Kapazität haben, um einen gesamten Stadtteil zu bearbeiten. Das Baudepartement hat zudem eine Budgetbeschränkung, so dass nicht das gesamte Projekt in einer Periode durchgeführt werden kann.
Einzelne Strassen werden in Gruppen gemeinsam ausgeschrieben. Es findet also eine simultane Ausschreibung statt. Die Firmen bieten für die verschiedenen Strassen gleichzeitig. Sie wissen beim Bieten für eine einzelne Strasse nicht, ob sie den Zuschlag für eine andere Strasse erhalten werden.
Es gibt mehrere Varianten, wie das Verfahren sonst noch durchgeführt werden könnte. In dieser Arbeit beschränken wir uns als Alternative auf die sequentielle Ausschreibung. Hier werden die Gebote für die einzelnen Strassen nacheinander eingereicht. Bevor die Firmen ein Gebot einreichen, sollten sie hierbei schon wissen, ob sie den Zuschlag bei den vorherigen Strassen erhalten haben.
Dieses Verfahren wurde auf anderen Gebieten schon angewandt. So vergab beispielsweise das Bundesamt für Kommunikation in der Schweiz landesweit Konzessionen für die Benutzung von WLL-Funkfrequenzen auf diese Art. Die Bieter durften von Gesetz wegen höchstens eine

Konzession ersteigern. Die verschiedenen Konzessionen wurden somit nacheinander während zwei Monaten täglich über das Internet versteigert, so dass die Vergabe von vergangenen Konzessionen den Bietern bekannt war.
Im Abschnitt 7 werden wir in einem einfachen Modell das Ergebnis einer simultanen Ausschreibung mit dem Ergebnis einer sequentiellen Ausschreibung vergleichen. In diesem Modell spielt die beschränkte Kapazität der Firmen eine wesentliche Rolle.

3 Grundanalyse der Ausschreibungen

Die Vergabe eines öffentlichen Auftrags erfolgt ab gewissen Schwellenwerten anhand einer öffentlichen Ausschreibung (Kapitel 2). Das Ausschreibungsverfahren ähnelt stark einer Auktion. Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass es bei der Auktion einen Verkäufer und viele potentielle Käufer gibt, während bei der Ausschreibung ein Käufer (die Beschaffungsstelle) und mehrere potentielle Verkäufer (alle Firmen, die den Auftrag erfüllen könnten) vorhanden sind. Der Auktionator möchte einen möglichst hohen Preis für das Verkaufsobjekt erzielen, während die Beschaffungsstelle einen möglichst tiefen Preis für den gewünschten Auftrag anstrebt.

Aufgrund dieser Analogie beginnt der theoretische Teil in Abschnitt 3.1 mit einem Kapitel über Auktionen.[24] Darin werden die wichtigsten Begriffe erläutert und der Zusammenhang zwischen einer Auktion und einer Ausschreibung geklärt.

In Abschnitt 3.2 folgt die Darstellung des Grundmodells für den Fall der Beschaffung. In dieser Arbeit werden wir uns auf das Modell der unabhängigen, symmetrischen privaten Werte konzentrieren. Zur deutlichen Unterscheidung stellen wir aber hier auch die konkurrierenden Modelle der gemeinsamen und der affiliierten Werte vor.

Das strategische Verhalten der Spieler im Grundmodell wird in Abschnitt 3.3 analysiert. Wir beginnen mit der Präsentation eines aus der Auktionstheorie bekannten Resultats (Myerson (1981), Riley und Samuelson (1981)): Die erwarteten Kosten für die Beschaffungsstelle sind innerhalb bestimmter Klassen von Verfahren dieselben. Wir zeigen dann, dass das in der Praxis angewendete Verfahren weder die Kosten minimiert noch die gesellschaftliche Wohlfahrt maximiert. Es folgt direkt aus der Analyse, wie das Verfahren modifiziert werden sollte, um eines dieser Ziele zu erreichen. Es wird dann die Gebotsfunktion der Bieter hergeleitet und erläutert.

Dieses Kapitel enthält kaum neue Resultate. Es dient vor allem der Präsentation des Grundmodells und einiger bekannter Resultate. Aufbauend auf diesem Kapitel werden in den weiteren Kapitel die Instrumente der Auktionstheorie auf noch unbeantwortete Fragen des Beschaffungswesens angewendet.

[24] In der Literatur wird meistens über den Auktionsfall geschrieben, wobei die Autoren oft eine Anmerkung beifügen, dass ihr Modell auf die Analyse der Beschaffungswesens übertragen werden kann. Die wichtigsten Resultate aus der Literatur, welche in dieser Arbeit dargestellt werden, stammen aus der Auktionstheorie. Bei der Darstellung werden die Resultate auf den Submissionswesen übertragen und entsprechend modifiziert, ohne jeweils die Bemerkung anzufügen, ob die zitierten Autoren ein Auktionsmodell oder ein Submissionsmodell analysiert haben.

3.1 Auktionen

3.1.1 Definition einer Auktion

Der Ablauf einer öffentlichen Ausschreibung ist durch die Regeln, die sie beschreibt, festgelegt. Die Analyse des strategischen Verhaltens der Bieter basiert auf den Details der Regeln, die zum Teil implizit aus den Gesetzestexten hervorgehen, ohne dass sie ausdrücklich formuliert sind. Die wichtigsten Regeln, auf welche sich diese Arbeit stützt, sind:

> Die Firmen reichen ein verdecktes Gebot ein, ohne zu wissen, wie viel ihre Konkurrenten geboten haben. Die Submissionsstelle berücksichtigt nur die Gebote von Firmen, welche die Eignungskriterien und die Fristen erfüllen. Von den akzeptierten Bewerbern wird jene Firma den Auftrag erfüllen, welche das billigste Gebot eingereicht hat. Sie erhält als Gegenleistung den von ihr gebotenen Preis.

Das dargestellte Vergabeverfahren erinnert an eine Auktion, wobei darauf hingewiesen werden muss, dass in der ökonomischen Literatur der Begriff Auktion allgemeiner verwendet wird als in der Umgangssprache.

Definition 1 (Auktion) *Eine Auktion ist ein Bietverfahren, welches durch Regeln beschrieben wird, die spezifizieren, wie der Gewinner ermittelt wird und wie viel jeder Bieter zu zahlen hat.*[25]

Wenn wir negative Zahlungen zulassen, fällt auch die Ausschreibung unter dem Begriff "Auktion". Um Missverständnisse zu vermeiden, wird in dieser Arbeit jedoch für die Beschaffung der Begriff "Ausschreibung" verwendet.[26]

Milgrom (1987) nennt als charakteristische Eigenschaft einer Auktion zusätzlich, dass verschiedene Gebote miteinander verglichen werden und dass diese Gebote genügend lang gelten, sodass der Vergleich überhaupt durchgeführt werden kann. Im Gegensatz zur Auktion verhandle der Verkäufer in einem sequentiellen Verhandlungsprozess eins zu eins mit einer Serie von möglichen Käufern, welche kurzlebige Gebote machen, sodass ein Vergleich der Gebote nicht möglich ist.

[25] Vergleiche Wolfstetter (1996), S. 369, für eine ähnliche Definition.

[26] Nur wenn aus dem Zusammenhang klar ersichtlich ist, dass wir uns auf das Beschaffungswesen beziehen, benutzen wir auch manchmal den Begriff "Auktion".

3.1.2 Auktionsverfahren und Anwendungsgebiete

Die Auktion ist eine Institution, welche schon vor Christi Geburt verwendet wurde. So war es im Römischen Reich zum Beispiel üblich, dass Sklaven und Kriegsbeute versteigert wurden.[27] Auch heutzutage sind Auktionen sehr verbreitet. Nebst den Ausschreibungen öffentlicher Aufträge sind unter anderem die Rechte für Ölbohrungen in den USA, Staatspapiere, Kunstgegenstände und die Fernsehrechte für die Olympischen Spiele mit Hilfe von Auktionen vergeben worden.[28] Der Einsatz von Auktionen hat auch kaum seinen Höhepunkt erreicht. Ein vielversprechender Einsatz von Auktionen bietet sich beispielsweise bei einer Neuemmission von Aktien an. Seit 1994 werden in den USA auch Funkfrequenzen durch neue Formen von Auktionen veräussert,[29] welche in ähnlicher Form auch in der Schweiz angewendet werden.[30]
Auf die ökonomische Literatur hat die bahnbrechende Arbeit von Vickrey (1961) einen wesentlichen Einfluss ausgeübt. In diesem Werk wurde zum ersten Mal auf das strategische Element in einer Auktion eingegangen: Die Gebote der Bieter hängen simultan vom Verhalten der Konkurrenten ab.[31] In seiner Analyse verwendet Vickrey das Instrumentarium der Spieltheorie, welches seither zum Standard-Werkzeug bei der Analyse von Auktionen avanciert ist.
Seit der Arbeit von Vickrey sind die Analysen von vier Arten von Auktionen in der ökonomischen Literatur am verbreitetsten:[32] Die Englische Auktion, die Holländische Auktion, die Erstpreisauktion und die Zweitpreisauktion. Während die ersten drei Auktionsarten in der Praxis weit verbreitet sind, hat die Zweitpreisauktion sehr schöne theoretische Vorzüge.[33]
Die Englische und die Holländische Auktion gehören in die Kategorie "offene Auktion". Hier

[27] S. Cassady (1967) für historische und aktuelle Beispiele für die Verwendung von Auktionen. Z.B. gibt er ein Zitat an, in welchem Herodotus über die Verwendung von Auktionen 500 v.Chr. in Babylon berichtet. In dieser Auktion wurden Frauen im heiratsfähigem Alter für eine Heirat versteigert (Cassady (1967), S.26).

[28] Cassady (1967), S. 17 ff.) listet verschiedene weitere Typen von Eigentum, welche in USA durch eine Auktion verkauft wurden.

[29] Über das aktuelle Thema, wie Funkfrequenzen (electromagnetic spectrum for personal communications services) versteigert werden, kann in McAfee und McMillan (1996) gelesen werden.

[30] S. Bakom (1999).

[31] Das heisst, dass während das Verhalten eines Bieter die Gebote der übrigen beeinflusst, sein optimales Bieten auch gleichzeitig vom Verhalten der übrigen Teilnehmer abhängt.

[32] S. Cassady (1967) für ausführliche Beschreibungen zahlreicher angewendeter Auktionsverfahren.

[33] In vielen Modellen ist sie das strategische Gegenstück zur Englischen Auktion, während die Erstpreisauktion zur Holländischen Auktion strategisch äquivalent ist. Wir werden in Abschnitt 3.3.1 sehen, dass die Zweitpreisauktion ein Gleichgewicht in dominanten Strategien hat, was von den Auktionsteilnehmern ein geringeres Niveau der Rationalität als in einem Nashgleichgewicht verlangt.

sehen die Bieter gleich, was ihre Mitbewerber bisher geboten haben. Die Englische Auktion ist jene Institution, die der Laie sich unter Auktion vorstellt. Der Auktionator bittet um ein Gebot, und nachdem das erste Gebot gemacht wurde, kann nur noch ein höheres Gebot plaziert werden. Sobald kein Bieter höher bietet, wird das Objekt dem Bieter, der zuletzt geboten hat, zum gebotenen Preis verkauft. Diese Auktionsart wird vorwiegend bei der Versteigerung von Kunstgegenständen verwendet.
Eine Variante der Holländischen Auktion können wir uns folgendermassen vorstellen: Auf einer von allen Bietern beobachtbaren Anzeige wird ein hoher Preis gesetzt, von dem vermutet wird, dass er über der höchsten Zahlungsbereitschaft der Bieter liegt. Dieser Preis wird immer weiter gesenkt, bis sich der erste Bieter meldet. Dieser Bieter erhält das Objekt zum Preis, bei dem er sich gemeldet hat. Das Verfahren heisst Holländische Auktion, weil in Holland ein ähnliches Verfahren beim Verkauf von Blumen verwendet wird (Cassady (1967), S. 193 ff.).
Die Erstpreisauktion und die Zweitpreisauktion gehören in die Kategorie "verdeckte Auktion". Bei beiden Verfahren reichen die Bieter ihr Gebot in einem verschlossenem Couvert ein. Folglich wissen die Bieter nicht, was ihre Konkurrenten geboten haben. Der Bieter, welcher das höchste Gebot eingereicht hat, erhält das Objekt. Die beiden Auktionsarten unterscheiden sich nur im Preis, den der Gewinner für das Objekt zu zahlen hat. In der Erstpreisauktion zahlt er als Preis das höchste Gebot, welches er selber eingereicht hat, während der Gewinner in der Zweitpreisauktion bloss das zweithöchste Gebot zahlen muss.
Neben diesen klassischen Auktionsarten kann man sich viele andere vorstellen: z.B. eine verdeckte Auktion, in welcher der Gewinner das Gebot des fünfthöchsten Bieters oder den Durchschnitt der Gebote der drei höchsten Bieter zahlt. Wir können uns auch Auktionen vorstellen, in welcher alle Bieter ihr Gebot zahlen müssen, jedoch nur der Höchstbietende das Objekt erhält.
Es gibt unzählige Möglichkeiten, wie die Regeln einer Auktion aussehen können. Obwohl einige Formen der Auktion sehr weit verbreitet sind, gibt es eine grosse Variation. Es hat sich keine Auktionsart in allen Umgebungen durchgesetzt.
Zwei Verfeinerungen, die den erwarteten Gewinn des Auktionators erhöhen können, sind die Instrumente "Mindestpreis" und "Teilnahmegebühr". Diese können mit den klassischen Auktionsarten kombiniert werden. Bei einem Mindestpreis werden nur Gebote berücksichtigt, welche den vom Auktionator öffentlich oder stillschweigend festgelegten Mindestpreis übersteigen. Bei einer Teilnahmegebühr werden nur die Gebote derjenigen Bieter berücksichtigt, welche dem Auktionator eine von ihm festgelegte Teilnahmegebühr bezahlt haben.
Aus den vorangehenden Ausführungen ist ersichtlich, dass die Regeln der Ausschreibung

öffentlicher Aufträge denjenigen einer *Erstpreisauktion* entsprechen. Bei der Submission sind lediglich die Rollen vertauscht. Es gibt hier nur einen Käufer und viele mögliche Verkäufer, statt einen Verkäufer und viele mögliche Käufer. Der Käufer möchte entsprechend einen möglichst tiefen Preis zahlen. Diejenige Firma, welche das tiefste (statt das höchste) Gebot einreicht, erhält den Auftrag. Das Instrument Teilnahmegebühr bleibt dasselbe, während das Instrument Mindestpreis übertragen werden muss auf ein Instrument Höchstpreis, welches die Bieter nicht überschreiten dürfen.
In dieser Arbeit werden den Verfahren im Rahmen der Submission, die den klassischen Auktionen entsprechen, die Namen Erstpreisausschreibung (EPA), Zweitpreisausschreibung (ZPA), Englische Ausschreibung (EA) und Holländische Ausschreibung (HA) vergeben.[34]
Insbesondere werden wir sehr häufig Bezug auf die Erstpreisausschreibung nehmen, weshalb wir hier eine Abkürzung definieren wollen.

Definition 2 (EPA(g,h)) *Das Verfahren EPA(g,h) bezeichnet in dieser Arbeit eine Erstpreisausschreibung mit Eintrittsgebühren in Höhe von g und einem Höchstpreis in Höhe von h.*

Wenn kein Höchstpreis festgelegt ist, bezeichnen wir den Höchstpreis mit $h = \infty$.
Wir wollen zur Verdeutlichung anmerken, dass das Verfahren, welches in Basel angewendet wird, formell einer Erstpreisausschreibung ohne Eintrittsgebühren und ohne Höchstpreis entspricht: EPA(0,∞). Es zeugt einerseits vom Vertrauen, welche an den Wettbewerbskräften in der Praxis gesetzt wird, dass es nicht für nötig gehalten wird, einen Höchstpreis festzusetzen. Anderseits können wir vermuten, dass bei einem zu hohen Minimalgebot, trotz vorhandenem Wettbewerb der Auftrag nicht vergeben wird. In der Praxis ist dieser Fall bisher noch nicht vorgefallen. Es gab jedoch Aufträge, die wegen begründetem Verdacht auf Kollusion zurückgezogen wurden.

3.2 Das Grundmodell

Im Folgenden wollen wir untersuchen, welche Gebote die Firmen bei unterschiedlichen Ausschreibungsarten einreichen und welche erwartete Kosten dieses Verhalten für die Beschaffungsstelle impliziert. Ziel ist es, Aussagen darüber zu machen, wie ein Auftrag optimalerweise versteigert werden sollte.

[34] Es sei angemerkt, dass in der Literatur diese Abkürzungen jeweils für Auktionen verwendet werden. In dieser Arbeit verwenden wir sie für Ausschreibungen, da wir uns meistens mit diesen beschäftigen.

Zur Analyse einer Ausschreibung bedienen wir uns der spieltheoretischen Methode: Wir definieren

- wer die Spieler sind,
- was die Spieler zu jedem Zeitpunkt wissen,
- welche Strategien den Spielern zur Verfügung stehen, und
- wie die Auszahlungsfunktionen der Spieler aussehen.

Die Parteien im Submissionswesen sind die Beschaffungsstelle (Spieler B) und n Firmen, welche den Auftrag erfüllen können (Spieler 1 bis n). Um Bezug auf eine beliebige Firma zu nehmen, sprechen wir von einer Firma i.
Die Beschaffungsstelle B handelt als Agent der Bevölkerung. Daher sollte die Auszahlungsfunktion von B die Wohlfahrt W sein, die der Bevölkerung zugute kommt. In der Literatur gibt es zwei grundlegende Alternativen, wie diese Wohlfahrtsfunktion aussieht.
Die Bevölkerung wird in der ersten Alternative durch die Steuerzahler repräsentiert. Eine vereinfachende Annahme in Ausschreibungsmodellen ist, dass der Wert, den die Ausführung des Auftrags den Steuerzahlern einbringt, in monetären Einheiten angegeben werden kann. Dieser fixe Wert betrage S. Der Nutzen für die Steuerzahler kann demnach durch $U = S - p$ angegeben werden, wobei p der Preis ist, der für den Auftrag gezahlt wird. Die Auszahlungsfunktion von B ist in diesem Falle $W = U$.
Wenn B den Auftrag nicht vergibt, impliziert dies ein Reservationsnutzen für die Steuerzahler von $U^r = 0$. Soweit der Auftrag nur in solchen Fällen vergeben wird, in denen $U > U^r$, dann ist die Maximierung der Wohlfahrt $W = U = S - p$ äquivalent zur Minimierung der Kosten p. In der Analyse sprechen wir dann von der Kostenminimierung statt von der Wohlfahrtsmaximierung, um die Ähnlichkeit zur Analyse in der Auktionstheorie zu bewahren.
In der zweiten Alternative werden die Steuerzahler und die Firmen gleichwertig behandelt. Wir sprechen hierbei von einer “utilitaristischen Wohlfahrtsfunktion”. Von einer Firma i wird angenommen, dass sie ihren Gewinn π_i maximieren möchte. Die Wohlfahrtsfunktion von B ist somit $W = U + \sum_{i=1}^{n} \pi_i$.
Die beiden Alternativen sind zwei Extreme einer allgemeineren gesellschaftlichen Wohlfahrtsfunktion $W = U + \lambda \cdot \sum_{i=1}^{n} \pi_i$. Die Variable λ ist ein Parameter zwischen 0 und ∞, welcher angibt, wie stark die Firmengewinne im Verhältnis zum Nutzen der Steuerzahler berücksichtigt werden soll. Im Fall $\lambda = 0$ berücksichtigt B nur den Nutzen der Steuerzahler, im Fall $\lambda = 1$ maximiert B die utilitaristische Wohlfahrtsfunktion.

Der Spieler B wählt das Vergabeverfahren V, welches die Wohlfahrtsfunktion W maximiert. Wir sprechen bei der Wahl des Verfahrens von der *Aktion* des Spielers B.
In der öffentlichen Ausschreibung spielt die Informationsstruktur eine wichtige Rolle. Es wird davon ausgegangen, dass die Beschaffungsstelle nicht weiss, welche Firma den Auftrag am günstigsten erfüllen kann. Bei vollkommener Information, in welcher die Beschaffungsstelle die Kosten der Firmen kennt, vereinfacht sich das Problem. Wir hätten dann nur noch eine Verhandlung zwischen der Beschaffungsstelle und der günstigsten Firma zu betrachten, in welcher die Beschaffungsstelle eine hohe Verhandlungsmacht besässe.
Welche Information dem Spieler B bei seiner Entscheidung zur Verfügung steht, ist davon abhängig, welches Modell wir betrachten. Wir werden in den einzelnen Unterabschnitten 3.2.1 bis 3.2.3 auf die verschiedenen Informationsstrukturen eingehen. Innerhalb eines Modells hat Spieler B nur eine Informationsmenge bei seiner Entscheidung. Er muss nur einmal entscheiden, welches Verfahren er wählt. Seine Strategie entspricht seiner Aktion.[35] Der Spieler B wählt bei unvollständiger Information das Vergabeverfahren, welches die *erwartete* Wohlfahrt $E[W]$ maximiert.
Eine Firma i hat die Kosten c_i, um den Auftrag durchzuführen. Die Aktion der Firma ist, einen Preis $b_i > 0$ zu bieten. Im Falle, dass die Firma die Ausschreibung gewinnt, hat sie die Kosten c_i aufzubringen, um den Auftrag durchzuführen. Der Preis, den sie dafür erhält, hängt im Allgemeinen vom Ausschreibungsverfahren und vom Gebot aller Firmen ab. Wir kennzeichnen diese Preisfunktion durch $p^w(V, b_1, \ldots, b_n)$. Es kann je nach Verfahren auch sein, dass eine Firma auch einen Betrag $p^l > 0$ erhält oder etwas bezahlen muss, $p^l < 0$, wenn sie die Ausschreibung nicht gewinnt. Auch hier ist der Preis $p^l(V, b_1, \ldots, b_n)$ im Allgemeinen vom Verfahren und von allen Geboten abhängig. In den uns interessierenden Ausschreibungen wird häufig $p^l = 0$ gelten. Die Firma, welche die Ausschreibung nicht gewinnt, wird den Auftrag nicht durchführen müssen und erspart sich die Kosten c_i. Der Gewinn einer Firma i ist demnach:

$$\pi_i = \begin{cases} p^w - c_i, & \text{wenn } i \text{ gewinnt} \\ p^l, & \text{wenn } i \text{ verliert.} \end{cases}$$

Die Informationsstruktur ist auch hier modellabhängig. Das Modell, welches am häufigsten verwendet wird, ist das "symmetrische, unabhängige private Werte"-Modell. Dieses Modell

[35] In spieltheoretischen Modellen mit unvollständiger Information beschreibt eine Aktion was der Spieler macht. Eine Strategie beschreibt, welche Aktion der Spieler wählt, wenn er eine bestimmte von mehreren möglichen Informationen hat. Bei der Ausschreibung hat der Spieler B immer dieselbe exogen gegebene Information, so dass die Aktion auch gerade der Strategie entspricht.

wird in Unterabschnitt 3.2.1 beschrieben und wird auch dieser Arbeit als Grundlage dienen. Im Modell kennen die Firmen ihre eigenen Kosten c_i, jedoch nicht die Kosten der übrigen Firmen. Eine Strategie für Firma i ist eine Aktion b_i in Abhängigkeit von der Höhe der eigenen Kosten c_i: $b_i(c_i)$.
Ein anderes oft verwendetes Modell ist das "gemeinsame Werte"-Modell, welches in Unterabschnitt 3.2.2 dargestellt wird. In diesem haben alle Firmen die selben Kosten $c_i = c$, wissen jedoch nicht, welche Höhe diese Kosten haben. Jede Firma beobachtet ein anderes, zufälliges Signal x_i, dessen Wahrscheinlichkeitsdichte von der Höhe der tatsächlichen Kosten c abhängt. Die Schätzung der wahren Kosten hängt von den einer Firma zur Verfügung stehenden Signalen ab. In verschiedenen Verfahren ist es möglich, dass während der Ausschreibung die Firmen auf die Signalen von anderen Firmen rückschliessen können. Die Beschreibung einer allgemeinen Strategie wird dadurch erschwert. In der Literatur ist es üblich, dass die Strategie innerhalb eines Verfahrens beschrieben wird. Da im restlichen Teil der Arbeit nicht auf das "allgemeine Werte"- Modell Rückgriff genommen wird, verzichten wir hier auf eine Beschreibung der Strategien in den unterschiedlichen Verfahren. [36]
Das "affiliierte Werte"-Modell wird im Unterabschnitt 3.2.3 dargestellt. Dies ist ein allgemeineres Modell als die beiden vorherigen und wird in der Literatur oft als Grundmodell verwendet. Die Anmerkungen zum gemeinsamen Werte Modell bezüglich der Strategien gelten auch für dieses Modell.

3.2.1 Das symmetrische, unabhängige private Werte Modell

Das symmetrische, unabhängige, private Werte Modell ist eine Extremform bezüglich der Modellierung der Informationsstruktur der Kosten. Das Modell basiert auf vier grundsätzlichen Annahmen und wird in einigen Arbeiten durch eine fünfte spezifische Annahme über die Form der Verteilungsfunktion ergänzt. Wir stellen im Folgenden diese Annahmen vor und erläutern sie.

Annahme 1 (private Werte) *Jede Firma kennt nur die eigenen Kosten.*

Die Vorstellung der "privaten Werte" beruht auf der Verschiedenheit der Firmen. Diese haben zum Teil nicht dieselben Maschinen und diese stehen ihnen in unterschiedlichem Zustand sowie unterschiedlicher Anzahl zur Verfügung. Die Angestellte haben verschiedene Kenntnisse und Fähigkeiten; auch sind einige Angestellte schon in andere Projekte verwickelt, so dass

[36] Der interessierte Leser kann in Milgrom und Weber (1982) über die Strategien in den klassischen vier Verfahren nachlesen.

bei jedem Auftrag wieder eine spezielle Ausgangslage besteht. Die Aufträge selbst sind auch immer unterschiedlich. So gilt es bei jedem Auftrag zu schätzen, wie gut die eigene Technologie und die Fähigkeiten der zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte zu den Anforderungen und Bedingungen des neuen Auftrags passt.
Nach der Begehung des Ortes, an dem sich die Baustelle befinden wird, kann der zuständige Angestellte der Firma basierend auf den Kenntnissen über die Zustände in der eigenen Firma und auf Erfahrung mit ähnlichen Aufträgen eine Schätzung der Kosten für die eigene Firma berechnen. Der Angestellte kennt jedoch die Zustände in der Konkurrenzfirma nicht und kann daher keine entsprechend genaue Schätzung der Kosten der Konkurrenz berechnen. Wir sprechen deshalb von privaten Werten.
Bei den Eigenschaften Objektivität, Unabhängigkeit und Symmetrie handelt es sich um – allerdings wesentliche – technische Vereinfachungen des Modells.[37] Im Allgemeinen haben die Firmen eine subjektive Vorstellung darüber, wie die Kosten der Firmen verteilt sind. Für die Firma i gilt $(c_1, ..., c_n) \sim F^{(i)}(c_1, ..., c_n)$. Auch die Beschaffungsstelle hat ihre subjektive Vorstellung.
Die erste Vereinfachung ist die Annahme der Objektivität.

Annahme 2 (Objektivitätsannahme) *Alle Firmen und die Beschaffungsstelle haben dieselbe Vorstellung über die Verteilung der Kosten, so dass der Index (i) bei der Verteilung ausgelassen werden kann.*

Diese Annahme wird meistens bei ökonomischen Modellen getroffen. Sie ist konsistent mit der Annahme rationaler Erwartungen, und bedeutet eine Vereinfachung ökonomischer Modelle. Als weitere Annahme folgt die Unabhängigkeitsannahme.

Annahme 3 (Unabhängigkeitsannahme) *Die Verteilung der Kosten einer Firma i ist unabhängig davon, welche Kosten die anderen Firmen haben.*

Diese Annahme ist aus ökonomischer Sicht kritisch. Es kann ökonomisch sinnvoller sein, anzunehmen, dass die Kosten miteinander korreliert sind. Doch um das Modell einfach zu behalten und um ein Vergleichsmodell zu haben, wird diese statistische Unabhängigkeitsannahme häufig getroffen. Diese impliziert, dass die zufälligen Kosten einer Firma aus einer Verteilung gezogen werden, in welcher die Kosten der übrigen Firmen nicht auftauchen:[38]

[37] Bei der Analyse von Ausschreibungen bei allgemeinen asymmetrischen Verteilungen ist noch keine explizite Lösung gefunden worden. Es gehen bei der Beschränkung auf symmetrische Verteilungen auch wesentliche ökonomische Zusammenhänge verloren. Eine neuere Arbeit zu dieser Thematik ist Maskin und Riley (2000a). Zum Thema "Asymmetrische Auktionen" siehe auch Kapitel 8.

[38] Die Variable $\underline{c}_i$ steht für den unteren Rand des Wertebereichs und die Variable $\bar{c}_i$ für den oberen Rand.

$$c_i \sim F_i(c_i) \text{ auf dem Bereich } [\underline{c}_i, \bar{c}_i].$$

Annahme 4 (Symmetrieannahme) *Die Kosten aller Firmen sind Realisationen aus der selben Verteilungsfunktion.*

Auch diese Annahme dient der Erleichterung der Analyse. Wir können eine einfachere Notation für die Verteilung verwenden, da einige Indizes nicht mehr gebraucht werden:

$$c_i \sim F(c_i) \text{ auf dem Bereich } [\underline{c}, \bar{c}].$$

In bestimmten wirtschaftlichen Situationen kann es sinnvoll sein, eine Asymmetrie anzunehmen. Wir können dies an einem Beispiel illustrieren, in welchem Firmen aus zwei Regionen mitbieten und in der einen Region ein höheres Kostenniveau besteht. Ein solcher Fall kann in einem erweiterten Modell analysiert werden.
Abschliessend nehmen wir im Modell der symmetrischen, unabhängigen privaten Werte zur weiteren technischen Vereinfachung der Analyse an, dass die Verteilungsfunktion die "monotone hazard rate property" erfüllt:

Definition 3 (monotone hazard rate property) *Eine Verteilungsfunktion $F(\cdot)$ erfüllt die "monotone hazard rate property", wenn gilt:*

$$\frac{d\left(F(c)/f(c)\right)}{dc} > 0, \forall c \in [\underline{c}, \bar{c}].$$

Annahme 5 (monotone hazard rate property) *Die Verteilungsfunktion der Kosten erfüllt die monotone hazard rate property.*

Diese Annahme ist nicht sehr einschränkend, da die meisten wichtigen Verteilungen diese Annahme erfüllen. Sie gehört streng genommen nicht zu den Annahmen des symmetrischen, unabhängigen privaten Werte Modells, ihre Gültigkeit wird jedoch wegen ihrer vereinfachenden Eigenschaften häufig zusätzlich unterstellt. Die Annahme führt manchmal dazu, dass die Gleichgewichtsstrategien eine einfache Form haben.[39]
Das "symmetrische, unabhängige, private Werte"-Modell wurde in der bahnbrechenden Arbeit von Vickrey (1961) verwendet. Dieses Modell wird auch als Grundlage dieser Arbeit dienen.

[39] S. Myerson (1981), in welchem auch das kompliziertere Gleichgewicht berechnet wird, im Falle, dass die Annahme nicht erfüllt ist.

Schon die wichtigste Annahme von *privaten* Werten ist eine spezielle Grundannahme. Dies wird uns klar, wenn wir uns eine alternative Modellierung im gemeinsamen Werte Modell in Abschnitt 3.2.2 betrachten. In der ökonomischen Literatur finden wir viele Aufsätze mit dem gemeinsamen Werte Modell und es kann auch im Submissionswesen Zusammenhänge geben, welche wir mit Hilfe dieses Modells erklären können, wie zum Beispiel den "Fluch des Gewinners".[40]

Milgrom und Weber (1982) gelang es, das gemeinsame Werte und das private Werte Modell gemeinsam in ihrem "affiliierte Werte"-Modell zu integrieren. Die Anwendung eines solchen allgemeinen Modells ist sehr wünschenswert, jedoch erlaubt die allgemeine Struktur nicht, einige Resultate auf einfache Art zu zeigen. Wegen der Wichtigkeit dieses Modells und um die Grenzen des privaten Werte Modells besser beurteilen zu können, stellen wir es in Abschnitt 3.2.3 vor.

3.2.2 Das gemeinsame Werte Modell

Das Modell der gemeinsamen Werte ist eine weitere extreme Darstellung der Realität. Es ist denkbar, dass durch die Erfüllung des Auftrags allen Firmen dieselben Kosten entstehen würden. Die Firmen verfügen alle über ähnliche Maschinen und ähnliches Know-How. Darüber hinaus rekrutieren sie ihre Arbeitskräfte aus demselben Arbeitsmarkt. Selbst wenn die Firmen nicht die gleichen Kosten hätten, könnte man in der Praxis kleine Unterschiede vernachlässigen.

In diesem Modell wird im Gegensatz zum private Werte Modell angenommen, dass die Firmen ihre eigenen Kosten nicht kennen. Sie kennen z.B. das zukünftige Lohnniveau nicht und wissen auch nicht, wie sich die Materialpreise entwickeln werden. Einem Teil dieser Unsicherheiten wird in der Praxis mit der Anpassung der Zahlungen für den Auftrag begegnet (Kapitel 2, S. 18). Weiter kennen die Firmen aber auch die Boden- und Bauverhältnisse nicht vollständig, so dass nach den ersten Arbeiten Probleme auftauchen können, die bei der Planung nicht vorauszusehen waren. Auch können Maschinen aus unvorhergesehenen Gründen ausfallen. Dies sind dann unternehmerische Risiken, die sie selber tragen.

Alle Firmen berechnen vor der Gebotsabgabe Schätzungen über die Höhe der Kosten. Dazu haben sie eine Vorstellung, wie sich die Märkte entwickeln werden. Sie begehen auch die zukünftige Arbeitsstelle und machen, wenn nötig, spezifische Untersuchungen.

Die beschriebene Situation wird durch die Annahme modelliert, dass der gemeinsame Wert, das heisst die wahren Kosten c jeder Firma, eine Realisation aus einer Verteilung $G(c)$ auf

[40] Dieser Ausdruck wird noch in Abschnitt 3.2.2 erläutert.

dem Bereich $[\underline{c}, \bar{c}]$ ist. Als Vereinfachung ist implizit angenommen worden, dass alle Firmen und die Beschaffungsstelle dieselben Vorstellungen über diese a-priori Verteilung der wahren Kosten haben. Die Firmen erhalten ein zufälliges Signal x_i, welches aus einer Verteilung $H(x_i|c)$ gezogen wird. In dieser Variante ist schon implizit die bedingte Unabhängigkeit der Signale, gegeben die wahren Kosten, angenommen worden.
Das Modell der gemeinsamen Werte hat WILSON (1967, 1969, 1977) in mehreren seiner Arbeiten entwickelt. Es wurde vor allem im Rahmen der Versteigerung von Ölbohrrechten verwendet, in welchem der für alle Bieter geltende zukünftige Ölpreis und die in den Feldern enthaltene unbekannte Menge Öl eine entscheidende Rolle spielen.
Das Modell bietet eine Erklärung für den "Fluch des Gewinners". Der "Fluch" ist eine empirische Beobachtung, dass die Gewinner von Auktionen den Wert der Objekte oft überschätzten und soviel geboten hatten, dass sie regelmässig Verluste erzielten.
Die Ergebnisse des Modells empfehlen, dass die Bieter, um systematische Verluste zu verhindern, beim Bieten berücksichtigen sollten, dass der Gewinner der Auktion gerade derjenige Bieter mit der optimistischsten Schätzung ist. Diese optimistischste Schätzung ist zu hoch und sollte entsprechend angepasst werden, wenn man dem "Fluch" nicht erliegen will.

3.2.3 Das Modell affiliierter Werte

MILGROM und WEBER (1982) haben ein allgemeineres Modell entwickelt, welches das symmetrische, unabhängige, private Werte Modell und das gemeinsame Werte Modell als Spezialfälle mitberücksichtigt.
Jede Firma besitzt Information über den Auftrag, der versteigert wird. Wir bezeichnen die Informationsvariablen als Signale. $x = (x_1, \ldots, x_n)$ ist ein Vektor, dessen reellwertige Variablen die Signale der Firmen $1, \ldots, n$ sind. $s = (s_1, \ldots, s_m)$ ist ein Vektor von zusätzlichen Variablen, welche die Kosten des Auftrags für die Firmen beeinflussen, aber den Firmen nicht bekannt ist.[41]
Die Kosten des Auftrags für die Firma i werden gekennzeichnet durch $c_i = u_i(s, x)$.
Das symmetrische, unabhängige private Werte Modell ist der Spezialfall, in dem gilt: $m = 0$, und $u_i(s, x) = x_i$.
Das gemeinsame Werte Modell ist der Spezialfall, in welchem gilt: $m = 1$, und $u_i(s, x) = s_1$.
Das "affiliierte Werte Modell" trägt seinen Namen aufgrund einer weiteren wichtigen Annahme, die getroffen wird. MILGROM und WEBER benutzen in ihrem Modell die Annahme der "Affiliation" der Variablen. Diese wichtige Annahme führt zu einer starken Vereinfachung

[41] Die Anzahl m solcher Variablen kann beliebig gewählt werden.

des sehr allgemeinen Modells, so dass wichtige Resultate in ihrer Arbeit auf elegante Weise hergeleitet werden können.

$f(s,x)$ kennzeichne die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte der zufälligen Variablen des Modells. Wir nehmen an, dass die Variablen eine Dichte haben, so dass die folgende Definition für Affiliation reicht.

Seien z und z' Punkte in $\mathbb{R}^{m+n}$. Ein Vektor z steht hier komprimierend für einen Vektor (s,x). Sei $z \vee z'$ das komponenteweise Maximum und entsprechend $z \wedge z'$ das komponenteweise Minimum.[42]

Definition 4 (Affiliation) *Die Variablen sind affiliiert, wenn für alle $z, z' \in \mathbb{R}^{m+n}$ gilt:*

$$f(z \vee z') \cdot f(z \wedge z') \geq f(z) \cdot f(z'). \tag{1}$$

Die Annahme der Affiliation sagt etwas darüber aus, wie die Variablen positiv zusammenhängen. Bei einem hohen Wert einer Variable ist es wahrscheinlicher, dass eine andere Variable auch einen hohen Wert hat. Es ist eine stärkere Annahme als diejenige der positiven Korrelation, da die Korrelation nur einen positiven Zusammenhang im Erwartungswert der Variablen bedingt, die Affiliation jedoch einen positiven Zusammenhang in allen Kombinationen der Variablen voraussetzt (Klemperer (1999), Anhang C).

Wir bemerken, dass bei unabhängigen Variablen die gemeinsame Dichtefunktion als Multiplikation der unabhängigen Dichtefunktionen dargestellt werden kann. Somit ist die Gleichung (1) mit Gleichheitszeichen erfüllt. Beim “symmetrischen, unabhängigen private Werte”-Modell ist die Affiliationsannahme daher erfüllt.

Beim gemeinsamen Werte Modell kann die Dichte folgendermassen dargestellt werden:

$$f(s_1, x) = g(s_1) \cdot h(x_1 | s_1) \cdots h(x_n | s_1).$$

Wenn angenommen wird, dass die bedingten Dichtefunktionen die “monotone likelihood ratio property” erfüllen, dann sind die Variablen affiliiert (Milgrom und Weber (1982), S. 1099).

Definition 5 (Monotone likelihood ratio property) *Die bedingte Dichtefunktion $h(x|s)$ erfüllt die “monotone likelihood ratio property”, wenn für alle $s' > s$ und $x' > x$ gilt:*

[42] Sei z.B. $z = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ und $z' = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, dann ist $z \vee z' = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ und $z \wedge z' = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

$$\frac{h(x'|s')}{h(x|s')} \geq \frac{h(x'|s)}{h(x|s)}.$$

Dies bedeutet, dass höhere Werte von x relativ wahrscheinlicher werden, je höher die Werte von s sind.

Bei einer einfachen Modellvariante des "allgemeinen Werte"-Modells entspricht das Signal x_i, das eine Firma i erhält, dem wahren Wert c und einem Störterm ε_i: $x_i = c + \varepsilon_i$. Der Störterm wird dabei aus einer Verteilung $F_{\varepsilon_i}(\varepsilon_i)$ gezogen, welche unabhängig von der Zufallsvariable c ist. In dieser Modellvariation ist die monotone likelihood ratio property erfüllt.

3.3 Analyse des symmetrischen, unabhängigen privaten Werte Modells

Die wichtigste Fragestellung in der spieltheoretischen Analyse einer Ausschreibung ist: "Welches Gebot reichen die Bieter ein?" Zur Beantwortung dieser Frage nimmt die nichtkooperative Spieltheorie an, dass die Firmen sich nicht absprechen.

In dieser Arbeit unterstellen wir, dass die Firmen risikoneutral sind. Daher wählt eine Firma das Gebot, welches ihren erwarteten Gewinn, gegeben die eigenen Kosten und die Gleichgewichtsstrategien der übrigen Firmen, maximiert. Das verwendete Gleichgewichtskonzept ist das Bayesianische Nashgleichgewicht (Harsanyi 1967, 1968a und 1968b).

Für das symmetrische, unabhängige private Werte Modell wurde in der Literatur eine Erlösäquivalenz für eine grosse Anzahl von Auktionsverfahren aufgezeigt, zu welcher auch die Erstpreisauktion gehört (Myerson (1981) und Riley und Samuelson (1981)).

Entsprechend lässt sich für das Submissionswesen eine Kostenäquivalenz für eine grosse Menge von Ausschreibungsverfahren zeigen.

Definition 6 (Kostenäquivalenz) *Zwei Ausschreibungsverfahren sind kostenäquivalent, wenn die Beschaffungsstelle im Gleichgewicht die gleichen erwarteten Kosten für die Erfüllung des Auftrags zu zahlen hat.*

Die Erlösäquivalenz ist ein bedeutendes Resultat in der Auktionstheorie. Aus dem Beweis der Erlösäquivalenz kann auch einfach auf die Gleichgewichtsstrategie in verschiedenen Auktionen geschlossen werden. Dasselbe gilt für die Kostenäquivalenz. Im Folgenden wird daher das Resultat der Erlösäquivalenz auf das Umfeld des Submissionswesens übertragen und in einem weiterem Abschnitt 3.3.2 werden die Gleichgewichtsstrategien in einer Erstpreisausschreibung berechnet.

3.3.1 Kostenäquivalenz

Die anschliessenden Ausführungen folgen der Analyse von Riley und Samuelson (1981), die in einer eleganten Form die Erlösäquivalenz für eine grosse Familie von Auktionen gezeigt haben.

Wir definieren die folgende Familie von Ausschreibungen, die wir anschliessend analysieren:

Definition 7 (Familie $\mathcal{A}$ von Ausschreibungen) *Eine Ausschreibung gehört zur Familie $\mathcal{A}$, wenn sie folgende Eigenschaften erfüllt:*

- *Jede Firma kann ein Gebot $b \in (-\infty, h]$ einreichen, wobei h für den Höchstpreis steht.*
- *Die Firma mit dem tiefsten Gebot erhält den Auftrag.*
- *Die Ausschreibungsregeln sind anonym, d.h. dass jede Firma gleich behandelt wird.*
- *Es gibt eine allgemeine Bietstrategie im Gleichgewicht, in welcher jede Firma ein Gebot b bietet, welches strikt steigend in den Kosten ist:*

  $b_i = b(c_i)$, *mit* $b'(c_i) > 0$, *für* $c_i \in [\underline{c}, c_*], \forall i = 1, ..., n.$[43]

Wir können den Satz der Kostenäquivalenz, den wir beweisen wollen, folgendermassen darstellen:

Satz 1 (Kostenäquivalenz) *Die Beschaffungsstelle hat in jeder Ausschreibung der Familie $\mathcal{A}$, in der nur die Firmen mit Kosten unter dem Schwellenwert c_* teilnehmen, dieselben erwarteten Kosten*

$$C_B = n \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*} [cf(c) + F(c)] (1 - F(c))^{n-1} \, dc + S \cdot (1 - F(c_*))^n \tag{2}$$

zu bezahlen.

Beweis von Satz 1:

Mit dem Gebot $b(c_i)$ bestimmt eine Firma eindeutig die Wahrscheinlichkeit, mit welcher sie die Ausschreibung im Gleichgewicht gewinnt und die erwartete Bezahlung der Beschaffungsstelle im Gleichgewicht. Wir können daher mit diesen Ausdrücken rechnen, statt direkt

[43] c_* ist ein Schwellenwert. Alle Bieter mit Kosten $c_i \leq c_*$ bieten gemäss der Bietfunktion $b(c_i)$, während alle Bieter mit Kosten $c_i > c_*$ sich nicht an der Ausschreibung beteiligen.
In der angegebenen Form wird implizit angenommen, dass die Gleichgewichtsfunktion eine *differenzierbare* Bietfunktion ist.

mit den Bietfunktionen, welche in verschiedenen Ausschreibungsverfahren unterschiedlich aussehen können.
Der erwartete Gewinn einer Firma mit Kosten c_i, $\pi(c_i)$, ist folgendermassen bestimmt:

$$\pi(c_i) = P(c_i) - \Pr(i \text{ gewinnt} | c_i) \, c_i.$$

Hierbei ist die Variable $P(c_i)$ definiert als erwartete Bezahlung der Beschaffungsstelle an eine Firma mit Kosten c_i im Gleichgewicht.
Die Firma mit dem tiefsten Gebot erhält den Auftrag und die gesuchte Bietfunktion ist strikt steigend in den Kosten. Daher gewinnt eine Firma mit den Kosten c_i, wenn ihre Kosten tiefer als diejenigen der übrigen Firmen sind. Die Gewinnwahrscheinlichkeit entspricht somit

$$\Pr(i \text{ gewinnt} | c_i) = (1 - F(c_i))^{n-1}.$$

Eine Firma mit den Kosten c_i könnte das optimale Gebot einer Firma mit den Kosten x einreichen. Der erwartete Gewinn einer Firma mit Kosten c_i, die sich so verhält, als hätte sie die Kosten x, beträgt

$$\pi(x, c_i) = P(x) - (1 - F(x))^{n-1} \cdot c_i,$$

wobei angenommen wird, dass die übrigen Firmen ihre Gleichgewichtsstrategie spielen.
Da wir eine Gleichgewichtssituation betrachten, darf es sich für einen Bieter mit den Kosten c_i nicht lohnen, von seiner Gleichgewichtsstrategie abzuweichen. Somit muss die Bedingung erster Ordnung an der Stelle (c_i, c_i) erfüllt sein:

$$\left.\frac{d\pi(x, c_i)}{dx}\right|_{x=c_i} = \left.P'(x)\right|_{x=c_i} - c_i \cdot \left.\frac{d(1 - F(x))^{n-1}}{dx}\right|_{x=c_i} = 0. \tag{3}$$

Diese Bedingung erster Ordnung muss für alle Typen gelten, die ein Gebot einreichen.[44]
Wir wollen unter anderem eine Ausschreibung mit einem Höchstpreis [45] zulassen. In einer solchen Ausschreibung werden alle Firmen, welche höhere Kosten als den Höchstpreis haben, kein Gebot einreichen. Auch wollen wir Ausschreibungen zulassen, bei denen jeder Teilnehmer eine Teilnahmegebühr an die Beschaffungsstelle zahlen muss. Auch hier werden hohe

[44] Der Typ eines Spielers wird in diesem Modell durch seine Kosten dargestellt.

[45] Wir sprechen von einem Höchstpreis h, wenn $h < \bar{c}$. Nur dann macht es Sinn einen Höchstpreis anzusetzen, denn wenn mindestens zwei Bieter vorhanden sind, kann es kein Gleichgewicht geben, in welchem irgendein Typ ein Gebot $b > \bar{c}$ einreicht. Beim Auktionsumfeld spricht man erst dann von einem Mindestpreis, wenn dieses höher als die kleinstmögliche Wertschätzung der Bieter (im Normalfall 0) ist.

Typen nicht teilnehmen, weil der erwartete Gewinn wegen der Teilnahmegebühr negativ ist. Um diese verschiedenen Situationen einzubeziehen, definieren wir den kritischen Typ c_* so, dass alle Typen $c_i \leq c_*$ ein Gebot einreichen und alle Typen $c_i > c_*$ nicht an der Ausschreibung teilnehmen. Der erwartete Gewinn im Gleichgewicht für den Typ c_* ist gerade 0:

$$\pi\left(c_*, c_*\right) = P\left(c_*\right) - \left(1 - F\left(c_*\right)\right)^{n-1} \cdot c_* = 0. \tag{4}$$

Aus der Gleichung (3) erhalten wir folgende Differentialgleichung:

$$P'\left(c_i\right) = c_i \cdot \frac{d\left(1 - F\left(c_i\right)\right)^{n-1}}{dc_i}, \forall c_i \leq c_*. \tag{5}$$

Wir können die Differentialgleichung (5) und die Gleichung (4) in die Integration $P\left(c_*\right) - P\left(c_i\right) = \int_{c_i}^{c_*} P'\left(c\right) dc$ einsetzen und erhalten:[46]

$$P\left(c_i\right) = \left(1 - F\left(c_*\right)\right)^{n-1} \cdot c_* - \int_{c_i}^{c_*} c \cdot d\left(1 - F\left(c\right)\right)^{n-1}, \forall c_i \leq c_*.$$

Der Integralausdruck kann mit der Methode der partiellen Integration integriert werden, so dass die Gleichung in folgender Form geschrieben werden kann:

$$P\left(c_i\right) = \left(1 - F\left(c_i\right)\right)^{n-1} \cdot c_i + \int_{c_i}^{c_*} \left(1 - F\left(c\right)\right)^{n-1} dc, \forall c_i \leq c_*. \tag{6}$$

Aus der Sicht der Beschaffungsstelle erhält eine Firma i von der Beschaffungsstelle die erwartete Bezahlung[47]

$$\bar{p}^i = \int_{\underline{c}}^{c*} P\left(c\right) \cdot f\left(c\right) dc = \int_{\underline{c}}^{c*} \left[cf\left(c\right) + F\left(c\right)\right] \cdot \left(1 - F\left(c\right)\right)^{n-1} dc. \tag{7}$$

Die Beschaffungsstelle leistet an alle Firmen dieselbe erwartete Zahlung, weil die Firmen symmetrisch sind. Daher hat die Beschaffungsstelle insgesamt folgende erwartete Bezahlung zu leisten:

$$P_B = n \cdot \bar{p}^i = n \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*} \left[cf\left(c\right) + F\left(c\right)\right] \left(1 - F\left(c\right)\right)^{n-1} dc. \tag{8}$$

[46] Wir möchten hier eine kurze Bemerkung zur Notation anbringen: Der Integralausdruck $\int_a^b h\left(c\right) dG\left(c\right)$ ist in dieser Arbeit eine andere Schreibweise für den Ausdruck $\int_a^b h\left(c\right) \frac{\partial G(c)}{\partial c} dc$.

[47] Aus dem Satz von Fubini (Forster (1984), S. 73) folgt
$\int_{\underline{c}}^{c_*} \int_c^{c_*} \left(1 - F\left(c_i\right)\right)^{n-1} \cdot f\left(c\right) dc_i dc = \int_{\underline{c}}^{c_*} \int_{\underline{c}}^{c_i} \left(1 - F\left(c_i\right)\right)^{n-1} \cdot f\left(c\right) dc dc_i$
$= \int_{\underline{c}}^{c_*} \left(1 - F\left(c_i\right)\right)^{n-1} \cdot F\left(c_i\right) dc_i = \int_{\underline{c}}^{c_*} \left(1 - F\left(c\right)\right)^{n-1} \cdot F\left(c\right) dc.$

Insbesondere in Ausschreibungen mit einem Höchstpreis oder mit einer Teilnahmegebühr kann es geschehen, dass keine Firma an der Auktion teilnimmt. Dies ist dann der Fall, wenn für alle Firmen $c_i > c_*$ gilt. Die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Fall eintritt, ist: $(1 - F(c_*))^n$. Im Falle, dass der Auftrag nicht vergeben wird, muss B nichts bezahlen; es entgeht ihr aber der Überschuss S. Dieser entgangene Überschuss wird hier in Form von Opportunitätskosten berücksichtigt.
Somit betragen die erwarteten Kosten der Erfüllung des Auftrag:

$$C_B = n \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*} [cf(c) + F(c)] (1 - F(c))^{n-1} \, dc + S \cdot (1 - F(c_*))^n .$$

$\square$

Das Resultat besagt, dass alle Ausschreibungen aus der Familie $\mathcal{A}$, die den selben Schwellenwert c_* implizieren, zu denselben erwarteten Kosten für die Beschaffungsstelle führen. Bei einer normalen[48] Erstpreisausschreibung nimmt jeder Typ teil. Der kritische Typ entspricht $c_* = \bar{c}$, da selbst der Typ $\bar{c}$ noch das Gebot $b(\bar{c}) = \bar{c}$ einreichen kann, ohne einen Verlust zu erzielen. Auch bei der normalen Zweitpreisausschreibung nehmen alle Typen teil. Somit muss gemäss Satz 1 gelten, dass diese beiden Verfahren die selben erwarteten Kosten verursachen. Diese Aussage scheint auf den ersten Blick nicht intuitiv zu sein, da der Sieger in der Erstpreisausschreibung sein eigenes Gebot erhält, während er bei der Zweitpreisausschreibung das Gebot der zweittiefsten Firma erhält. Die Erklärung ist die, dass bei der Erstpreisausschreibung ein strategischer Effekt hinzu kommt, d.h. die Firmen reichen höheres Gebot als in der Zweitpreisausschreibung ein. Im Erwartungswert gleichen sich die beiden Effekte gerade aus, so dass die Beschaffungsstelle aus Kostengründen indifferent zwischen beiden Verfahren ist.
Den ersten Hinweis auf diese allgemeine Erlösäquivalenz hat Vickrey (1961) anhand eines Modells mit gleichverteilten Variablen bei der Untersuchung der vier klassischen Auktionsarten gegeben. Vor diesem wichtigen Aufsatz war der strategische Effekt nicht bekannt, so dass die Literatur sich vor allem die entscheidungstheoretische Frage stellte, welches Gebot eingereicht werden sollte, wenn eine bestimmte Verteilung der übrigen Gebote angenommen wurde.[49]
Die gleichen erwarteten Kosten verursacht auch eine Ausschreibung (die k-preisausschreibung), in welcher die Firma mit dem tiefsten Gebot als Bezahlung für die Ausführung des

[48] Unter "normal" verstehen wir, dass keine Teilnahmegebühren verlangt werden und dass der Höchstpreis $h \geq \bar{c}$ entspricht.

[49] S. Engelbrecht-Wiggans (1980) für eine Übersicht der früheren Literatur.

Auftrags das Gebot der k-tiefsten Firma erhält.

Im Vergleich zu den übrigen k-preisausschreibungen ist die Zweitpreisausschreibung ein besonderes Verfahren. VICKREY hat schon darauf hingewiesen, dass es für die Bieter in einer Zweitpreisauktion eine dominante Strategie ist, ihre tatsächliche Wertschätzung zu bieten.[50] Entsprechend ist es für eine Firma in einer Zweitpreisausschreibung eine dominante Strategie, ihre tatsächlichen Kosten zu bieten. Mit einer Veränderung des Gebots wird der Preis, den die Firma erhält, nicht beeinflusst. Nur die Tatsache, ob sie die Ausschreibung gewinnt oder nicht, wird durch diese Veränderung des Gebots beeinflusst. Unabhängig von den Geboten der übrigen Firmen ist es dabei das beste für die Firma, die eigenen Kosten zu bieten: Sie gewinnt die Ausschreibung gerade dann, wenn das tiefste der übrigen Gebote über ihre Kosten ist und verliert, wenn dieses tiefste Gebot unter ihren Kosten liegt.

Aus der Kostenäquivalenz lässt sich sehr einfach angeben, was die erwarteten Kosten einer $EPA\,(0,h)$, mit $h \geq \bar{c}$, sind.

Es werden bei dieser Ausschreibung alle Firmen teilnehmen ($\Leftrightarrow c_* = \bar{c}$). Somit sind die erwarteten Kosten gleich hoch wie bei einer Zweitpreisausschreibung ohne Teilnahmegebühren und ohne Höchstpreis. Die Berechnung der Kosten in einer Zweitpreisausschreibung ist sehr einfach. Alle Firmen bieten ihre wahren Kosten und der Sieger erhält das zweittiefste Gebot. Also betragen die erwarteten Kosten in einer Erstpreisausschreibung (mit $h \geq \bar{c}$):[51]

$$C_B\left(EPA\,(0,h)\right) = E\left[c_{(2,n)}\right]. \tag{9}$$

Es besteht in der Zweitpreisausschreibung eine strategisch sehr einfache Entscheidung, wobei auch eine gewisse Transparenz hinzu kommt, weil die Beschaffungsstelle sieht, wie hoch die tatsächlichen Kosten der verschiedenen Firmen sind. Bei der Erstpreisausschreibung und bei den übrigen k-preisausschreibungen müssen die Firmen komplizierte Berechnungen durchführen, um ein rationales Gebot einzureichen.

Die Erstpreisausschreibung hat jedoch auch Vorteile. Eines ist, dass das Gebot ohne rechtliche Schwierigkeiten als Grundlage eines Vertrags genommen werden kann und die Preisanpassungen dann auf den eigenen Angaben bezüglich des geschätzten Material- und Arbeitsstundenbedarfs beruhen kann. Es kann gezeigt werden, dass die Erstpreisausschreibung zu tieferen erwarteten Kosten führt, wenn angenommen wird, dass die Firmen risikoavers sind (HOLT (1980)). Weiterhin ist das Verfahren der Zweitpreisausschreibung vorzuziehen, wenn

[50] Eine Strategie ist dann dominant, wenn es unabhängig von den Strategien der übrigen Spieler (selbst wenn diese nicht optimal wären) keine Strategie gibt, welche einen höheren Gewinn impliziert.

[51] Die Rangstatistik $c_{(2,n)}$ wird in der Definition 8 auf der Seite 58 erklärt.

die Gefahr besteht, dass die Firmen ihre Gebote absprechen könnten (Robinson (1985)).
Aus den Erläuterungen zur Kostenäquivalenz ist ersichtlich, warum die "Mittelpreisausschreibung" in der Analyse Probleme bereitet. In dieser Ausschreibung wird ein Gebot, das weit unter dem Mittelwert liegt, von der Vergabe ausgenommen. Beim Satz über die Kostenäquivalenz ist also die Annahme verletzt, dass der Bieter mit dem tiefsten Gebot den Auftrag erhält. Es gibt daher keine Möglichkeit, mit Hilfe der Kostenäquivalenz Schlussfolgerungen über die erwartete Kosten in der "Mittelpreisausschreibung" zu machen.
Obwohl wir die erwartete Kosten nicht kennen, kann zumindest gezeigt werden, dass die "Mittelpreisausschreibung" eine unerwünschte Eigenschaft hat. Es kann geschehen, dass der Auftrag nicht an die Firma mit den geringsten Kosten vergeben wird. Beispielsweise kann dies geschehen, wenn diese Firma zu tief bietet, so dass sie von der Vergabe ausgenommen wird. Die "Mittelpreisausschreibung" ist somit ein ineffizientes Verfahren.[52]

3.3.2 Die Gebote in der Erstpreisausschreibung

Aus der Analyse zur Kostenäquivalenz kann die Bietstrategie der Firmen im Gleichgewicht leicht berechnet werden. Sie folgt aus einer Kombination der Gleichung (6) und den Regeln der Erstpreisausschreibung. Aus der Gleichung (6) ist bekannt, wie viel die erwartete Bezahlung an eine Firma mit den Kosten c_i im Gleichgewicht beträgt. Aus den Regeln der Erstpreisausschreibung wissen wir, dass nur die Firma, welche das tiefste Gebot eingereicht hat, die Ausschreibung gewinnt und ihr eigenes Gebot erhält. Da die allgemeine Bietfunktion steigend in den Kosten ist, wird die Firma mit den geringsten Kosten die Ausschreibung gewinnen. Weiterhin haben wir schon hergeleitet, dass in der angewendeten Erstpreisausschreibung ohne Höchstpreis und ohne Teilnahmegebühren der kritische Typ $c_* = \bar{c}$ beträgt. Somit gilt für die erwartete Bezahlung an eine Firma mit den Kosten c_i:

$$P\left(c_i\right) = \left(1 - F\left(c_i\right)\right)^{n-1} \cdot b\left(c_i\right). \tag{10}$$

Setzt man die Gleichung (6) in die Gleichung (10) ein, dann erhält man die Bietfunktion:

$$b\left(c_i\right) = \frac{P\left(c_i\right)}{\left(1 - F\left(c_i\right)\right)^{n-1}} = c_i + \int_{c_i}^{\bar{c}} \left[\frac{\left(1 - F\left(c\right)\right)}{\left(1 - F\left(c_i\right)\right)}\right]^{n-1} dc. \tag{11}$$

Als erstes bemerken wir, dass die Bietfunktion steigend in den Kosten c_i ist, so dass kein Widerspruch zu dieser in der Definition der Familie $\mathcal{A}$ von Ausschreibungen getroffenen Annahme besteht.[53] Wir bemerken weiter, dass die Firma mit Kosten c_i ein Gebot einreicht,

[52] Wir definieren "Effizienz" in Abschnitt 3.3.3.

[53] S. Anhang A.1.

welches höher als die eigenen Kosten ist: $b(c_i) > c_i$. Dies ist nicht erstaunlich, denn die Firmen möchten einen Gewinn erzielen.

Je höher die eigenen Kosten sind, desto weniger überbietet eine Firma die eigenen Kosten. Wenn die Firma die höchstmöglichen Kosten hat, bietet sie gerade ihre Kosten.

Das Schöne an der Bietfunktion ist, dass wir anhand der Variable n sehen können, welche Rolle ein stärkerer Wettbewerb spielt. Diese Fragestellung wird Gegenstand des Abschnitts 5 sein.

Wir können die erwarteten Kosten einer Erstpreisauktion in Gleichung (2) umformen:

$$\begin{aligned} C_B &= n \cdot \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} [cf(c) + F(c)] (1 - F(c))^{n-1} dc \\ &= \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} ncf(c) (1 - F(c))^{n-1} dc + \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} nF(c) (1 - F(c))^{n-1} dc. \end{aligned}$$

Die einzelne Teile lassen sich leicht interpretieren. Der erste Term entspricht dem Erwartungswert der tiefsten Kosten von n Firmen :

$$E\left[c_{(1)}\right] = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} ncf(c) (1 - F(c))^{n-1} dc$$

Der zweite Term entspricht der erwarteten Überbietung der Firma mit den tiefsten Kosten:[54]

$$\begin{aligned} E\left[\ddot{U}B_{(1)}\right] &= \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left(\int_{c_i}^{\bar{c}} \left[\frac{(1 - F(c))}{(1 - F(c_i))} \right]^{n-1} dc \right) \cdot nf(c_i) (1 - F(c_i))^{n-1} dc_i \\ &= \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} nF(c) (1 - F(c))^{n-1} dc. \end{aligned}$$

Die Bietfunktion in Gleichung (11) kann umgeformt werden:[55]

$$b(c_i) = \int_{c_i}^{\bar{c}} c \cdot \frac{d\left(1 - (1 - F(c))^{n-1}\right)}{(1 - F(c_i))^{n-1}}. \tag{12}$$

[54] S. Anhang A.1.

[55] $c_i + \int_{c_i}^{\bar{c}} \left[\frac{(1-F(c))}{(1-F(c_i))}\right]^{n-1} dc = \frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \cdot \left[(1 - F(c_i))^{n-1} c_i + \int_{c_i}^{\bar{c}} (1 - F(c))^{n-1} dc\right]$
$= \frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \cdot \left[\left[-(1 - F(c))^{n-1} c\right]_{c_i}^{\bar{c}} + \int_{c_i}^{\bar{c}} (1 - F(c))^{n-1} dc\right]$
$= -\frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \cdot \int_{c_i}^{\bar{c}} c \cdot d(1 - F(c))^{n-1}$
$= \int_{c_i}^{\bar{c}} c \frac{d\left(1-(1-F(c))^{n-1}\right)}{(1-F(c_i))^{n-1}}.$

Diese Umformung bestätigt unsere Intuition darüber, weshalb die Kostenäquivalenz zwischen der Erstpreis- und der Zweitpreisausschreibung gilt. Der rechte Ausdruck ist der Erwartungswert der tiefsten von $n-1$ zufälligen Kosten, gegeben, dass sie alle höher als die eigenen Kosten c_i sind. Wir können diese Aussage formal angeben. Hierzu brauchen wir folgende Definition.

Definition 8 **($c_{(j,n)}$)** *$c_{(j,n)}$ ist die j-kleinste von n Realisationen einer Zufallsvariable c mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(c) > 0$ auf dem Bereich $[\underline{c}, \bar{c}]$. Insbesondere ist $c_{(1,n)}$ die kleinste und $c_{(2,n)}$ die zweitkleinste Realisation.*

Aus der Gleichung (12) und der Definition 8 erhalten wir für die Gebotsfunktion:

$$b(c_i) = E\left[c_{(1,n-1)} \middle| c_{(1,n-1)} > c_i\right].$$

Wenn alle Firmen die erwarteten zweittiefsten Kosten bieten, gegeben, dass sie die tiefsten Kosten haben, dann bietet die Firma mit den tiefsten Kosten, die erwarteten zweittiefsten Kosten.

In der Zweitpreisausschreibung hingegen bieten alle Bieter ihre tatsächlichen Kosten, und der Bieter mit den tiefsten Kosten erhält die zweittiefsten Kosten. Im Erwartungswert zahlt die Beschaffungsstelle demnach in beiden Verfahren dasselbe.

3.3.3 Bewertung der Erstpreisausschreibung

Zur Bewertung der Erstpreisausschreibung, wie sie in Basel-Stadt verwendet wird, brauchen wir ein Vergleichsverfahren oder Bewertungskriterien. Es stehen uns zwei grundsätzliche Bewertungskriterien zur Verfügung, aus welchen auch zwei Vergleichsverfahren abgeleitet werden können. Die beiden Kriterien, die soziale Effizienz[56] und die Höhe der erwarteten Kosten, folgen aus der Diskussion, wie die Wohlfahrtsfunktion der Beschaffungsstelle gesetzt werden sollte.

Effizienzkriterium Als erster Massstab kann die soziale Effizienz verwendet werden. Es können in einer Ausschreibung drei Arten von Ineffizienzen entstehen. Zum einen kann es in einem Verfahren geschehen, dass nicht die Firma mit den tiefsten Kosten den Auftrag erhält. Als zweites kann es geschehen, insbesondere wenn wir einen Höchstpreis unter den höchstmöglichen Kosten festsetzen, dass keine Firma den Auftrag erhält, obwohl die tiefsten

[56] Unter Maximierung der sozialen Effizienz wird in dieser Arbeit die Maximierung der utilitaristischen Wohlfahrtsfunktion verstanden (Abschnitt 3.2).

Kosten tiefer als der gesellschaftliche Nutzen S sind. Die dritte mögliche Ineffizienz ist, dass der Auftrag an eine Firma vergeben wird, die höhere Kosten als der gesellschaftliche Nutzen S hat.
Insbesondere die dritte Ineffizienz kann in der Praxis ein Problem sein. Der Grund ist, dass die Beschaffungsstelle keinen Höchstpreis festlegt.
Politisch wird in einer früheren Phase entschieden, ob der Auftrag ausgeschrieben wird. Bei dieser Entscheidung stützen sich die Politiker auf Preiseinschätzungen einer Unternehmensberatung. Doch auch wenn diese Einschätzung falsch ist, darf die Ausschreibung nicht mehr zurückgezogen werden. Die Vermutung ist jedoch, dass ein solcher Fall in der Praxis sehr selten ist.[57]

Definition 9 (Effizientes Verfahren) *Ein Ausschreibungsverfahren ist effizient, wenn es die utilitaristische Wohlfahrtsfunktion maximiert, bzw. äquivalent dazu, wenn keine der drei möglichen Ineffizienzen im Gleichgewicht vorkommen kann.*

Wir möchten nun anhand des Modells darstellen, ob und wie die Ineffizienzen im verwendeten Ausschreibungsverfahren ohne Höchstpreis und ohne Teilnahmegebühren vorkommen können. Wir zeigen, dass das Verfahren EPA$(0,\infty)$ ein ineffizientes Verfahren ist.
Wir bemerken zunächst, dass das verwendete Verfahren zur Familie $\mathcal{A}$ von Ausschreibungen gehört.[58] Die Gebote der Firmen sind symmetrisch und steigend in ihren Kosten. Daher wird die erste Ineffizienz, dass eine Firma den Auftrag erhält, welche nicht die geringsten Kosten aufweist, nicht vorkommen.
Das Ausschreibungsverfahren hat keinen Höchstpreis und keine Teilnahmegebühren. Daher wird der Schwellenwert $c_* = \bar{c}$ betragen. Es nehmen alle Firmen an der Ausschreibung teil und somit kann die zweite Ineffizienz, dass keine Firma den Auftrag erhält, obwohl es mindestens eine Firma i mit $c_i < S$ gibt, nicht vorkommen.
Zur Analyse der dritten Ineffizienz unterscheiden wir zwei Fälle:

- Fall 1: $S \geq \bar{c}$

[57] Es handelt sich bei öffentlichen Beschaffungen oft um Investitionen, die notwendig sind, so dass S weit höher als $\bar{c}$ liegt. Es ist auch nicht ganz klar, was geschehen würde, wenn die Preise tatsächlich unerwartet hoch sind. Es ist zu vermuten, dass die Submissionsstelle Wege und Mittel finden würde um die Ausschreibung für ungültig zu erklären.

[58] Einzelne Eigenschaften (wie z.B. “es gibt ein Gleichgewicht”) können gezeigt werden, indem das Gleichgewicht angegeben wird. Wir werden hier auf diese Beweise verzichten und direkt auf die Implikationen eingehen.

- Fall 2: $S < \bar{c}$

Fall 1: $S \geq \bar{c}$
In Gleichung (11) finden wir die Bietfunktion in der normalen Erstpreisausschreibung, welche äquivalent zur Bietfunktion im verwendeten Ausschreibungsverfahren ist. Insbesondere folgt aus dieser Bietfunktion: $b(\bar{c}) = \bar{c} \leq S$. Alle übrigen Typen $c_i < \bar{c}$ reichen wegen der steigenden Bietfunktion ein niedrigeres Gebot ein. Somit kann im Fall 1 die dritte Ineffizienz nicht vorkommen, weil alle Typen ein Gebot $b < S$ einreichen.
Fall 2: $S < \bar{c}$
Auch hier gilt wegen der Gleichung (11): $b(\bar{c}) = \bar{c}$. Doch diesmal gilt $S < \bar{c}$. Die dritte Ineffizienz könnte eintreten. Wenn alle Firmen zufällig sehr hohe Kosten haben, dann wird der Auftrag an eine Firma mit Kosten $c_i > S$ vergeben.
Das verwendete Verfahren kann sehr einfach modifiziert werden, damit es zu einem effizienten Ausschreibungsverfahren wird. Wir brauchen nur einen Höchstpreis $h = S$ einzuführen. Das Verfahren EPA(0,S) ist ein effizientes Verfahren.
Die Aussagen zur ersten Ineffizienz bleiben nach dieser Modifikation weiterhin gültig. Die dritte Ineffizienz wird nun durch den Höchstpreis $h = S$ verhindert. Wir brauchen jetzt nur noch zu zeigen, dass die zweite Ineffizienz nicht vorkommt.
Im Fall 1 ($S \geq \bar{c}$) nehmen weiterhin alle Typen teil. Demnach ist $c_* = \bar{c}$ und die Bietfunktionen sind äquivalent zur normalen Erstpreisausschreibung. Insbesondere tritt die zweite Ineffizienz nicht ein.
Im Fall 2 ($S < \bar{c}$) nehmen hingegen alle Typen $c_i > S$ nicht teil, da sie ein Gebot $b \leq S < c_i$ einreichen müssten, womit sie aber nur einen Verlust erzielen könnten.
Der Schwellenwert beträgt $c_* = S$. Die zweite Ineffizienz kann somit auch nicht eintreten: Wenn es mindestens eine Firma i mit Kosten $c_i \leq c_*$ gibt, dann wird zumindest diese Firma ein Gebot $b \leq S$ einreichen und es findet eine Vergabe statt.
Das Verfahren EPA(0,S) hat gegenüber dem Verfahren EPA(0,∞) noch den Vorteil, dass es, wie im nächsten Unterabschnitt gezeigt wird, auch die geringeren erwarteten Kosten impliziert.
Die Erstpreisausschreibung mit Höchstpreis $h = S$ dominiert somit die Erstpreisausschreibung ohne Höchstpreis in Bezug auf beide Kriterien. Es läge auf der Hand, das verwendete Verfahren durch dieses überlegene Verfahren zu ersetzen. Dies würde auch nicht gegen geltendes Recht verstossen, da durch die Einführung des Höchstpreises die Gleichbehandlung der Bieter nicht tangiert wird.
In der Praxis ist zu vermuten, dass die Beschaffungsstelle offensichtlich übersetzte Gebote

zurückweist. Daher sind die Resultate in diesem Abschnitt etwas zu relativieren. Es ist jedoch nicht einzusehen, warum eine solche Regel nicht formell festgesetzt werden sollte.
Eine zentrale Annahme des Modells ist, dass es einen Wert S gibt und dass dieser bekannt ist. Dies ist eine Annahme, welche in der Realität kaum gegeben ist. Ein Problem bei einer Umsetzung wäre, den gesellschaftlichen Nutzen S der Beschaffung in monetären Einheiten angeben zu können und dementsprechend die Höhe des Höchstpreises festzulegen.

Kostenkriterium Ein zweites Kriterium, mit welchem das angewendete Verfahren bewertet werden kann, ist die Höhe der erwarteten Kosten. Von Relevanz ist insbesondere, ob es andere Verfahren gibt, welche geringere erwartete Kosten implizieren und welches das optimale Verfahren ist, das die erwarteten Kosten minimiert.
Es wurde an anderer Stelle schon darauf hingewiesen, dass es ein Verfahren gibt, welches zu geringeren erwarteten Kosten führt. Diese Aussage werden wir nun beweisen.

Satz 2 *Das Verfahren EPA(0,S) führt zu geringeren erwarteten Kosten als das in der Praxis verwendete Verfahren EPA(0,∞):*

$$C_B\left(EPA(0,S)\right) \leq C_B\left(EPA(0,\infty)\right)$$

Beweis von Satz 2:
Es ist leicht zu überprüfen, dass der Schwellenwert für das Verfahren EPA(0,S)

$$c_* = \begin{cases} \bar{c}, & \forall S \geq \bar{c} \\ S, & \forall S < \bar{c} \end{cases}$$

ist. Für das Verfahren EPA(0,∞) entspricht der Schwellenwert in beiden Fällen $c_* = \bar{c}$.
Gemäss Gleichung (2) unterscheiden sich die erwarteten Kosten der Verfahren nur, wenn sich die implizierten Schwellenwerte unterscheiden.
Für den Fall $S \geq \bar{c}$ gilt demnach $C_B\left(EPA(0,S)\right) = C_B\left(EPA(0,\infty)\right)$. Interessant ist daher nur noch der zweite Fall: $S < \bar{c}$. Für diesen Fall wird im Anhang A.2 gezeigt, dass $C_B\left(EPA(0,\infty)\right) > C_B\left(EPA(0,S)\right)$. □

Es ist somit gezeigt worden, dass es Verfahren gibt, die geringere erwartete Kosten implizieren als das angewendete. In der Auktionsliteratur war anfangs der 80er Jahre die weitergehende Frage der optimalen Auktion, welche den erwarteten Erlös maximiert, ein zentraler Forschungsgegenstand (Harris und Raviv (1981), Myerson (1981) und Riley und Samuelson (1981)). Wir können die Idee, übertragen auf die Minimierung der erwarteten Kosten, anhand der Analyse von Riley und Samuelson (1981) erläutern.

In der Gleichung (2) gibt es nur noch eine Variable, welche die Beschaffungsstelle durch das Ausschreibungsverfahren beeinflussen kann: Den Schwellenwert c_*. Wir können den optimalen Schwellenwert c_*^o berechnen, welcher die erwarteten Kosten minimiert. Anschliessend können wir den Höchstpreis oder die Teilnahmegebühren herleiten, welche/r diesen optimalen Schwellenwert implizieren/t.
Somit hätten wir als eine optimale Ausschreibung der Familie $\mathcal{A}$ unter anderen eine Erstpreisausschreibung mit dem Höchstpreis $h = c_*^o < \bar{c}$.[59]

Satz 3 (Optimale Ausschreibung) *Die Erstpreisausschreibung mit einem Höchstpreis $h = c_*^o < \bar{c}$, welcher implizit durch die Gleichung*

$$c_*^o = S - \frac{F\left(c_*^o\right)}{f\left(c_*^o\right)} \tag{13}$$

gegeben ist, ist eine optimale Ausschreibung in der Familie $\mathcal{A}$ von Ausschreibungen.

Beweis von Satz 3:
$C_B = \int_{\underline{c}}^{c_*} \left[c + \frac{F(c)}{f(c)}\right] nf\left(c\right)\left(1 - F\left(c\right)\right)^{n-1} dc + S \cdot \left(1 - F\left(c_*\right)\right)^n$
Daraus erhalten wir die Bedingung erster Ordnung:
$\partial C_B / \partial c_* = \left[c_* + \frac{F(c_*)}{f(c_*)} - S\right] nf\left(c_*\right)\left(1 - F\left(c_*\right)\right)^{n-1} \stackrel{!}{=} 0$
$\Rightarrow c_* = S - \frac{F(c_*)}{f(c_*)}$.
Die Bedingung zweiter Ordnung ergibt:
$\partial^2 C_B / \partial c_*^2 = \left[c_* + \frac{F(c_*)}{f(c_*)} - S\right] \cdot \partial\left(nf\left(c_*\right)\left(1 - F\left(c_*\right)\right)^{n-1}\right) / \partial c_*$
$+ \left[1 + \partial \frac{F(c_*)}{f(c_*)} / \partial c_*\right] \cdot nf\left(c_*\right)\left(1 - F\left(c_*\right)\right)^{n-1}$
$= \left[1 + \partial \frac{F(c_*)}{f(c_*)} / \partial c_*\right] \cdot nf\left(c_*\right)\left(1 - F\left(c_*\right)\right)^{n-1} > 0.$
In dieser Bedingung zweiter Ordnung berücksichtigen wir den Umstand, dass die Bedingung erster Ordnung erfüllt ist und dass die "monotone hazard rate property" gilt. Es folgt daher, dass beim Schwellenwert, der die Gleichung (13) erfüllt, die erwarteten Kosten minimiert werden.
Der Satz folgt dann aus der Überlegung, dass der Höchstpreis bei der Erstpreisausschreibung ohne Teilnahmegebühren auch gleichzeitig der Schwellenwert ist, ab welchem eine Firma nicht mehr mitbietet. □

Mit dieser hinsichtlich der erwarteten Kosten optimalen Ausschreibung haben wir im Submissionswesen einige Probleme. Zunächst sei angemerkt, dass dieses Verfahren nicht effizient ist. Es kann z.B. geschehen, dass alle Firmen zufälligerweise Kosten im Bereich (c_*^o, S) haben.

[59] Myerson (1981) und Harris und Raviv (1981) zeigen ähnliche Resultate für allgemeinere Modelle.

In diesem Falle würde keine Firma ein Gebot einreichen. Der Auftrag würde nicht vergeben werden, obwohl alle Firmen Kosten $c_i < S$ haben.

Die Ausschreibung erlangt ihre geringeren erwarteten Kosten zu Lasten der Effizienz, wobei die Submissionsstelle aufgrund ihrer Monopsonstellung diese Ineffizienz einführen kann. Es besteht eine Analogie zur Situation, in welcher ein Monopolist den Preis erhöht und somit unter Inkaufnahme einer gesellschaftlichen Ineffizienz höhere Gewinne erzielt. Da sich der Staat mit der Begründung der gesellschaftlichen Ineffizienzen gegen eine monopolistische Preissetzung einsetzt, wäre es paradox, wenn er selbst monopsonistische Handlungen, welche ebenfalls zu Ineffizienzen führen, vornimmt.

Ein Höchstpreis unter dem Wert S bringt auch noch ein Glaubwürdigkeitsproblem mit sich. Wenn der Auftrag tatsächlich nicht vergeben würde, hat die Beschaffungsstelle noch Anreize, den Auftrag durch andere Verfahren zu vergeben. Die Ermöglichung einer nachträglichen Vergabe im Modell verändert jedoch die Gleichgewichtsstrategien der Firmen, so dass die Erstpreisausschreibung mit einem Höchstpreis c_*^o nicht mehr optimal zu sein braucht.

3.3.4 Erstpreisausschreibung mit Teilnahmegebühren

Neben dem Verfahren EPA(0,c_*^o) gibt es auch andere optimale Verfahren. Diese sind alle diejenige Verfahren der Kategorie $\mathcal{A}$, die denselben optimalen Schwellenwert c_*^o implizieren. Demnach sind alle diese Verfahren ineffizient und alle haben dieselben Nachteile wie das Verfahren EPA(0,c_*^o).

Zur späteren Analyse in Abschnitt 6 eines Modells, in welchem die Firmen Kosten aufwenden müssen, um an der Ausschreibung teilnehmen zu können,[60] ist es hilfreich, dass wir an dieser Stelle ein Verfahren betrachten, welches ebenfalls optimal sein kann.

Es handelt sich um eine Erstpreisausschreibung, in welcher jede Firma, die ein Gebot einreichen will, vorerst der Beschaffungsstelle eine Teilnahmegebühr g zahlen muss. Das Verfahren EPA(g,$\bar{c}$) ist insbesondere dann optimal, wenn $g = g^o$, wobei g^o den optimalen Schwellenwert impliziert.[61] Im Folgendem analysieren wir nicht das optimale Verfahren, sondern das allgemeinere Verfahren, in welchem Firmen eine Teilnahmegebühr $g \in [0, \bar{c} - \underline{c}]$ zahlen müssen.

[60] Wir sprechen hierbei von Teilnahmekosten im Gegensatz zu Teilnahmegebühren.

[61] Als Höchstpreis wird hier $h = \bar{c}$ gewählt, um die höchste Ähnlichkeit zum Auktionsfall zu bewahren. Jeder andere Höchstpreis $h > c_*^o$ kann auch verwendet werden. Bei einem Höchstpreis $h > \bar{c}$ ändert sich die Analyse nur im Falle, dass nur eine Firma eintritt. Dann würde sie den Höchstpreis $h > \bar{c}$ statt $\bar{c}$ wählen. Ein solcher Fall ist jedoch in der Praxis nicht relevant, da das Verfahren nur fortgesetzt werden muss, wenn eine bestimmte Anzahl Firmen teilnimmt.

Analyse der Ausschreibung mit Teilnahmegebühren Es ist einfach, nachdem die Bietfunktionen berechnet worden sind, zu überprüfen, dass das Verfahren EPA(g,$\bar{c}$) zur Familie $\mathcal{A}$ von Ausschreibungen gehört. Daher sind die erwartete Kosten der Beschaffungsstelle in Gleichung (2) angegeben. Die einzige Unbekannte in dieser Gleichung ist nur noch der Schwellenwert c_*.
Wir können uns überlegen, welche Eigenschaften dieser Schwellenwert hat. Es gilt, dass im Gleichgewicht alle Typen $c \in [\underline{c}, c_*]$ an der Ausschreibung teilnehmen, während alle Typen $c \in (c_*, \bar{c}]$ es bevorzugen, nicht am Verfahren teilzunehmen.
Der Typ c_* wird die Ausschreibung nur gewinnen, wenn keine der übrigen Firmen mitbietet, das heisst, wenn alle übrige Firmen Kosten $c > c_*$ haben. Wenn er gewinnt, erhält er einen Überschuss $b(c_*) - c_*$; die Teilnahmegebühr von g muss er auf jeden Fall bezahlen. Der erwartete Gewinn $\pi(c_*)$ beträgt:

$$\pi(c_*) = (1 - F(c_*))^{n-1} (b(c_*) - c_*) - g.$$

Für den kritischen Typ ist es optimal, den höchstmöglichen Preis zu bieten: $b(c_*) = \bar{c}$. $b(c_*) < \bar{c}$ kann kein Gleichgewicht sein, weil der Typ c_* sonst die Abweichung $b(c_*) = \bar{c}$ bevorzugen würde. Er würde die Ausschreibung mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gewinnen, würde dann aber einen höheren Preis erhalten. Höher als der Höchstpreis $\bar{c}$ darf auch nicht geboten werden.
Weiter kann gezeigt werden, dass der Schwellenwerttyp c_* im Gleichgewicht einen erwarteten Gewinn von $\pi(c_*) = 0$ erzielen muss. Wäre $\pi(c_*) < 0$, dann würde der Schwellenwerttyp lieber nicht teilnehmen. Gilt hingegen $\pi(c_*) > 0$, dann würde ein infinitesimal grösserer Typ $c' > c_*$ bei einem Gebot von $b(c') = \bar{c}$ einen erwarteten Gewinn $\pi(c') > 0$ erzielen können und würde somit eine Teilnahme vorziehen. Dies widerspräche der Definition des Schwellenwerts.
Aus diesen Überlegungen folgt die nächste Gleichung:

$$(1 - F(c_*))^{n-1} (\bar{c} - c_*) - g = 0. \tag{14}$$

Diese Gleichung bestimmt implizit die Höhe des Schwellenwerts c_*. Die Gleichung kann nicht allgemein nach dem Schwellenwert aufgelöst werden. Trotzdem können wir von einer Funktion $c_*(g)$ sprechen, als würden wir deren Form explizit kennen. Bei einer konkreten Verteilung, z.B. bei der Gleichverteilung, besteht sogar manchmal die Möglichkeit einer expliziten Auflösung.

Die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle, C_B^g, lassen sich durch die Gleichungen (2) und (14) bestimmen:

$$C_B^g = n \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*(g)} [cf(c) + F(c)] (1 - F(c))^{n-1} \, dc + S \cdot (1 - F(c_*(g)))^n . \qquad (15)$$

Wie bei der Erstpreisausschreibung in Abschnitt 3.3.2, können auch hier die Gebote der Firmen, welche Kosten $c \leq c_*$ haben, berechnet werden:

$$\begin{aligned} b(c_i) \quad = \quad & \Pr\left(c_i < c_{(1,n-1)} < c_* \left| c_{(1,n-1)} > c_i \right.\right) \cdot E\left[c_{(1,n-1)} \left| c_i < c_{(1,n-1)} < c_* \right.\right] \\ & + \Pr\left(c_{(1,n-1)} > c_* \left| c_{(1,n-1)} > c_i \right.\right) \cdot \bar{c}. \end{aligned} \qquad (16)$$

Die Herleitung wird im Anhang A.3 dargestellt. Die Bietfunktion ist einfach interpretierbar. Wenn die Firma i wüsste, dass sie die einzige an der Ausschreibung teilnehmende Firma ist, dann würde sie das höchstmögliche Gebot $b(c_i) = \bar{c}$ einreichen. Wenn sie hingegen wüsste, dass mindestens eine weitere Firma mitbietet, dann würde sie den bedingten Erwartungswert der zweittiefsten Kosten, gegeben, dass sie selber die tiefsten Kosten hat und dass die zweittiefsten unter dem Schwellenwert liegen, einreichen. Bei Unsicherheit darüber, wie viele Firmen mitbieten, reicht sie als risikoneutrale Firma ein mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten gewichtetes Mittel der beiden Gebote ein.

Dieser Zusammenhang wurde in einem ähnlichem Kontext allgemeiner von McAfee und McMillan (1987b) bewiesen. Diese Autoren betrachten eine Situation, in welcher vor einer Gebotsabgabe nach bekannten Wahrscheinlichkeiten ausgelost wird, ob die einzelnen Bieter an einer Auktion teilnehmen. Dabei vergleichen sie eine Situation, in welcher die Bieter beobachten, wie viele Bieter teilnehmen, mit einer Situation, in welcher Unsicherheit über die Teilnehmerzahl besteht (s. auch Kapitel 7, Seite 99).

4 Kosten des Ausschreibungsverfahrens und Verhandlungen

In den verschiedensten Gesetzestexten (siehe Kapitel 2) werden immer wieder Schwellenwerte vorgeschrieben, ab welchen die Submissionsstelle eine Ausschreibung durchzuführen hat. Die Schwellenwerte steigen, je grösser das Geltungsgebiet der Gesetze ist. Ansonsten scheinen sie völlig willkürlich festgesetzt zu sein. Aus theoretischer Sicht ist nun interessant, wie hoch solche Schwellenwerte sein sollten. Zudem interessiert die noch grundlegendere Frage, weshalb Schwellenwerte überhaupt gesetzt werden.
Wir möchten in diesem Kapitel ein Modell erarbeiten, mit welchem die Thematik des Schwellenwerts untersucht werden kann. Um zu entscheiden ab welchem Schwellenwert eine Ausschreibung kostengünstiger ist, bedarf es der Klärung der Frage, wie die Aufträge unterhalb der Schwellenwerte vergeben werden. In der Praxis teilen Firmen, die eine Unterbeschäftigung haben, ihren Bedarf an Aufträgen an die Submissionsstelle mit (siehe Seite 13, Kapitel 2). Die Submissionsstelle wählt eine dieser Firmen aus, welche ihr danach ein Angebot unterbreitet. Sie achtet bei der Vergabe vor allem darauf, dass zwischen den Firmen ausgewechselt wird. Durch dieses Vorgehen werden somit Firmen bevorteilt, die selten einen öffentlichen Auftrag durchgeführt haben. Bei dieser direkten Vergabe kann die Beschaffungsstelle mit der betroffenen Firma über den Preis und die Eigenschaften des Auftrags verhandeln.
Die erläuterte Vorgehensweise gleicht keineswegs einem Optimierungsverfahren. Sie kann aus folgendem Grund aus der Sicht der Submissionsstelle dennoch Sinn machen. Eine Gefahr bei der Direktvergabe ist diejenige, dass die Beschaffungsstelle die Firmen auswählt, mit deren Angestellten die Submissionsbeamten persönlich befreundet sind, oder von welcher die Submissionsbeamten irgendwelche Geschenke und Bestechungsgelder erhalten. Die direkte Verhandlung und die Wahl der Verhandlungspartner ist für Aussenstehende sehr intransparent, weil unterhalb der Schwellenwerte die Handlungen er Beschaffungsstelle nicht gesetzlich festgelegt sind. Bei einem Verfahren, in welchem die Submissionsstelle vorgibt, ihr Bestes zu tun, um das günstigste Unternehmen zu finden, besteht somit die Gefahr, dass dies nur ein Vorwand ist, um freie Hand bei der Wahl des Unternehmens zu haben. Aufgrund der obengenannten Gefahren ist dies beim Submissionswesen besonders problematisch. Beim angewendeten Verfahren ist die Submissionsstelle von einem Vorwurf befreit, weil die Einhaltung der angegebenen Vorgehensweise auch von Aussenstehende leicht überprüft werden kann.
Die Schwellenwerte sollten auf der Höhe festgelegt werden, ab welcher die erwarteten Kos-

ten bei der Durchführung einer Ausschreibung geringer sind als bei einer Verhandlung. Wir benötigen für einen solchen Vergleich eine Modellierung einer Verhandlung und die entsprechenden erwarteten Kosten im Gleichgewicht.

Über Verhandlungen ist seit den klassischen Arbeiten von NASH (1950) und RUBINSTEIN (1982) ein grosses Forschungsgebiet in der ökonomischen Literatur entstanden.[62] In dieser Arbeit wird nicht auf diese Fachrichtung eingegangen, da unser Interesse vor allem die Ausschreibungen und nicht die Details einer Verhandlung betrifft. Vereinfachend weisen wir der Submissionsstelle auch in einer Verhandlung die gesamte Verhandlungsmacht. Der Ablauf der Verhandlung wird sehr einfach modelliert: Eine Firma reicht der Submissionsstelle ein Gebot ein. Die Submissionsstelle nimmt bis zu einem bestimmten kritischen Wert die Offerte an und lehnt sie ab diesem Wert ab. Wir verwenden diese Modellierung in Abschnitt 4.1, um in einem erweiterten Modell die Thematik der Schwellenwerte zu untersuchen. Anhand eines einfachen Modells begründen wir, weshalb und auf welche Höhe Schwellenwerte gesetzt werden sollen.

In der formalen Analyse wurde die Alternative ganz auf eine Ausschreibung zu verzichten erst gar nicht betrachtet. Man könnte sich jedoch fragen, ob ein geeignetes Verhandlungsverfahren vielleicht grundsätzlich der Ausschreibung überlegen ist. In Abschnitt 4.2 wird eine optimale Verhandlung mit n Firmen abstrakt als das optimale Ausschreibungsverfahren betrachtet. Es wird ein überraschendes Resultat von BULOW und KLEMPERER (1996) erläutert, welches die Bedeutung eines erhöhten Wettbewerbs unterstreicht: Es ist kostengünstiger, einen zusätzlichen Bieter zu berücksichtigen als mit der gegebenen Anzahl Bieter eine optimale Ausschreibung durchzuführen.

4.1 Schwellenwerte

Wir beginnen die Analyse der Schwellenwerte mit der Modellierung der Verhandlung zwischen einer Beschaffungsstelle und einer Firma.

Der Architekt/Ingenieur, der den Auftrag leitet, macht einen Kostenvoranschlag (Kapitel 2, Seite 13). In unserem Modell hat der Architekt/Ingenieur dieselbe Information wie die Beschaffungsstelle. Sinn des Kostenvoranschlags ist es, zu beurteilen, ob der für den Auftrag zu zahlenden Preis bei einer Direktvergabe die gesetzlich vorgeschriebenen Schwellenwerte überschreitet. Im Falle einer Überschreitung, dürfte die Beschaffungsstelle den Auftrag nicht direkt vergeben, sondern müsste eine Ausschreibung durchführen.

In der Praxis wird die Beschaffungsstelle für die Verhandlung eine solche Firma wählen,

[62] Zwei Lehrbücher zum Thema Verhandlungen sind OSBORNE und RUBINSTEIN (1990) und MUTHOO (1999).

die zuvor einen Bedarf an Aufträgen angemeldet hat. Es kann daher sein, dass es sich um eine teure Unternehmung handelt, welche wegen zu hoher Kosten zu wenig Aufträge erhält. Andererseits achtet die Beschaffungsstelle darauf, dass sie bei der Direktvergabe die Verhandlungspartner wechselt. Dies hat eine Wirkung in Richtung Zufälligkeit der Firmenwahl. In unserem Modell unterstellen wir vereinfachend, dass die Beschaffungsstelle die Firma tatsächlich zufällig auswählt. Es macht daher Sinn, den Kostenvoranschlag bei den erwarteten Kosten einer Firma c^E anzusetzen.

Wir nehmen an, dass der Architekt/Ingenieur das Gebot der Firma im Auftrag der Submissionsstelle dann akzeptiert, wenn dieses einen kritischen Wert b^c nicht überschreitet. Dieser kritische Wert b^c liege bei $(1 + \alpha) \cdot c^E$.[63] Wir unterstellen, dass dieser kritische Wert unter dem Schwellenwert liegt, ab welchem eine Ausschreibung durchgeführt werden müsste. Da eine solche Vorgehensweise nicht vorgeschrieben ist, ist auch kaum zu erwarten, dass diese in der Realität auch immer so angewendet wird. Wir möchten jedoch die Verhandlung auf diese Weise vereinfachen, damit wir das Gewicht der Analyse vor allem auf die Effekte setzen können, welche die optimale Festsetzung eines Schwellenwerts bestimmen.

Basierend auf dieser Vorgehensweise, hat die ausgewählte Firma nun zu entscheiden, welches Gebot sie abgeben soll. Wir nehmen an, dass die Firma diese Vorgehensweise kennt und den kritischen Wert auch berechnen kann oder aus den vergangenen Handlungen der Beschaffungsstelle gelernt hat. Die Firma sollte demnach optimalerweise den kritischen Wert anbieten, falls ihre Kosten darunter liegen. Wenn die Kosten darüber liegen, kann sie irgend ein Gebot über dem kritischen Wert anbieten, weil dieses sowieso nicht akzeptiert wird. In der Praxis könnte die Firma bei Unkenntnis des kritischen Wertes bewusst ein zu hohes Gebot einreichen und sich dann bei der Verhandlung auf die Höhe des kritischen Wertes zu einigen, soweit dieser über die eigenen Kosten liegt.

Das Ergebnis der Direktvergabe ist somit, dass, falls die ausgewählte Firma Kosten unter dem kritischen Wert hat, sie diesen Wert anbietet. Falls die Kosten der Firma den kritischen Wert übersteigen, wird die Firma ein zu hohes Gebot einreichen. Wir nehmen an, dass die Beschaffungsstelle im Falle einer Überschreitung eine Ausschreibung durchführt, in welcher die übrigen $n - 1$ Firmen zum Gebot eingeladen werden.[64] Diese Ausschreibung verursacht der Beschaffungsstelle Fixkosten von K. Wir berücksichtigen in der Ausschreibung nach der gescheiterten Verhandlung nur noch $(n - 1)$ Firmen. Die Annahme ist, dass die Firma, mit

[63] Ein Gebot, das $100 \cdot \alpha\%$ über den Kostenvoranschlag liegt, wird noch akzeptiert.

[64] In der Praxis wird eine kleine Submission, respektive ein selektives Verfahren durchgeführt. Wir vernachlässigen diesen Punkt hier. Die Analyse kann auch so verstanden werden, dass wir einen Schwellenwert suchen, ab welcher das selektive Verfahren angewendet werden soll.

welcher erfolglos verhandelt wurde, kein Gebot mehr eingeben darf. Dies vereinfacht die Analyse, da die Unternehmung, die mit der Beschaffungsstelle verhandelt, nicht berücksichtigen muss, dass sie nach einem Scheitern der Verhandlungen immer noch die Möglichkeit hat, den Auftrag in einer Ausschreibung zu gewinnen.

Im nächsten Schritt vergleichen wir das Ergebnis der Direktvergabe mit dem Ergebnis einer Ausschreibung bei verschiedenen geschätzten Auftragswerten. Hierbei nehmen wir an, dass die Verteilung der Kosten bei verschiedenen geschätzten Auftragswerten andere Formen annehmen. Der Bereich, in welchem sich die Kosten befinden können, wächst mit höheren erwarteten Kosten. Wir analysieren im Folgenden ein einfaches Modell, welches diese Eigenschaft erfüllt.

Die Höhe des geschätzten Auftragswerts c^E ist charakterisiert durch eine Variable $a \in \mathbb{R}$, mit $a > 0$. Die Kosten einer Firma sind gleichverteilt auf den Intervall $[0, a]$.

Da wir den geschätzten Auftragswert als den Erwartungswert der Kosten sehen, gilt die Beziehung: $c^E = \frac{a}{2}$.

Es gibt $n \geq 3$ Firmen.[65] Die Durchführung einer Ausschreibung kostet die Beschaffungsstelle fixe Kosten von $K > 0 . \alpha \in (0, 1]$: Dies bedeutet, dass das kritische Gebot nicht über dem Doppelten der erwarteten Kosten und somit auch nicht über die höchstmöglichen Kosten liegt.

Bei einer Ausschreibung entstehen die Kosten

$$C^A = \frac{2a}{(n+1)} + K.$$

Dies entspricht den erwarteten zweitgünstigsten Kosten von n Firmen und den Fixkosten der Ausschreibung.[66]

Bei der Direktvergabe entstehen der Beschaffungsstelle mit der Wahrscheinlichkeit $(1 + \alpha)/2$ die Kosten $(1 + \alpha)\, a/2$. Mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - (1 + \alpha)/2$ muss die Submissionsstelle eine Ausschreibung durchführen, welche ihr die Kosten $\frac{2a}{n} + K$ verursacht.

Die Kosten der Beschaffungsstelle bei einer Direktvergabe betragen daher:

$$C^D = \frac{(1+\alpha)}{2} \cdot \frac{(1+\alpha)\, a}{2} + \left(1 - \frac{(1+\alpha)}{2}\right) \cdot \left(\frac{2a}{n} + K\right)$$

Wir können aus diesen Zusammenhängen den optimalen Schwellenwert,

[65] Die Mindestanzahl Firmen ist drei, damit in der Ausschreibung nach einer gescheiterten Verhandlung ein Wettbewerb zwischen mindestens zwei Firmen stattfindet.

[66] Dass dies die erwarteten Kosten im Gleichgewicht sind, wissen wir aus der Gleichung (9). Die Höhe der erwarteten zweitgünstigsten Kosten kann aus dem einfachen Resultat in Anhang A.4 eingesehen werden.

$$a^* = \frac{\frac{1+\alpha}{2}K}{\frac{(1+\alpha)^2}{4} + \left(1 - \frac{1+\alpha}{2}\right) \cdot \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}},$$

berechnen, ab welchem eine Ausschreibung kostengünstiger ist als die Direktvergabe. In Anhang A.5 wird gezeigt, dass der Nenner dieses Schwellenwerts und somit auch der Schwellenwert selber positiv ist.

Wir können uns überlegen, was sich in diesem Modell abspielt. Eine erfolgreiche Verhandlung impliziert Kosten von $b^c = \frac{1+\alpha}{2}a$. Eine Ausschreibung verursacht, abgesehen von den Fixkosten, erwartete Kosten von $\frac{2}{n+1}a$, was den erwarteten Kosten der zweitgünstigsten Firma entspricht.

Eine Ausschreibung bringt also, abgesehen von den Fixkosten, eine Kostenersparnis von

$$KE = \left(\frac{1+\alpha}{2} - \frac{2}{n+1}\right) \cdot a = \frac{(n+1)(1+\alpha) - 4}{2(n+1)} a \geq 0, \forall n \geq 0, \alpha > 0, a > 0.$$

Bei einem geringen a ist diese Kostenersparnis nicht genügend hoch, um die zusätzlichen Fixkosten K aufzuwiegen. Die Kosten der verschiedenen Unternehmen werden aus einem solch kleinen Intervall gezogen, dass die Unterschiede sehr gering sind. Die Kostenersparnis ist jedoch strikt steigend in a, so dass es sich ab einem genügend hohem a lohnt, die zusätzlichen Fixkosten aufzuwenden.

In diesem Modell ist der Parameter α exogen gegeben. Wir können diesen Parameter leicht endogenisieren. Die Beschaffungsstelle minimiert ihre erwartete Kosten C^D bei einer Direktvergabe über den Parameter α.

Aus der Bedingung erster Ordnung erhalten wir den optimalen Prozentsatz, bis zu welchem die verhandelnde Unternehmung die erwartete Kosten überbieten darf:[67]

$$\alpha^* = \frac{2}{n} + \frac{K}{a} - 1. \tag{17}$$

Diese Abhängigkeit macht aus ökonomischer Sicht Sinn. Je höher der geschätzte Auftragswert, je geringer die Durchführungskosten einer Ausschreibung und je grösser die Anzahl Bieter, desto lohnender ist es, eine Ausschreibung durchzuführen, und desto geringer ist daher der Preis, den die Beschaffungsstelle bei einer Direktvergabe noch akzeptiert.

Der nächste logische Schritt der Analyse ist die Schwellenwertberechnung unter Berücksichtigung der Gleichung (17). Weil in der bisherigen Analyse die relevanten ökonomischen Effekte schon enthalten sind, verzichten wir auf die Durchführung des letzten Schrittes.

[67] Die zweite Ableitung lautet: $\frac{\partial^2 C^D}{\partial \alpha^2} = \frac{a}{2} > 0$. Daher ist die Bedingung zweiter Ordnung für ein Minimum erfüllt.

Nebst dem zunehmenden Kostenbereich gibt es andere Veränderungen, die durch einen höheren geschätzten Auftragswert impliziert werden. Es ist anzunehmen, dass bei einem höheren Auftragswert immer weniger Firmen mitbieten können, da die Firmen immer grössere Kapazitäten benötigen. Die Anzahl der mitbietenden Firmen sinkt somit mit a. Da die Firmen höhere Gebote einreichen, je tiefer die Anzahl der Konkurrenten, hat dieser Effekt den Einfluss, dass der optimale Schwellenwert höher sein muss.
Weiterhin führt eine Abnahme der Teilnehmerzahl dazu, dass weniger Gebote überprüft werden müssen, wobei anzunehmen ist, dass die Überprüfungskosten pro Teilnehmer mit steigendem geschätzten Auftragswert zunehmen. Beide Effekte betreffen die Fixkosten der Ausschreibung auf gegensätzliche Weise, sodass der Gesamteffekt auf den Schwellenwert nicht klar ist.

4.2 Grenze der optimalen Ausschreibung

Die Vorgehensweise bei einer Verhandlung in der Praxis lässt uns Folgendes vermuten: Die Beschaffungsstelle versucht nicht, die Kosten bei einer Verhandlung zu minimieren. Einen möglichen Grund hierfür haben wir schon erwähnt: Wegen Intransparenzen bei Verhandlungen möchte die Beschaffungsstelle nicht den Vorwurf riskieren, sie favorisiere bestimmte Unternehmen.
Die Verfahren könnten zwar transparenter gestaltet werden, jedoch stösst man hierbei auf einige Schwierigkeiten. So treten die selben Informationsprobleme wie bei einer Ausschreibung auf. Z.B. sollte darauf geachtet werden, dass Geschäftsgeheimnisse der betroffenen Firmen weiterhin gewahrt werden (Kapitel 2, Seite 25). Auch müsste man bei einem transparenteren Verfahren die Vorgehensweise regulieren und würde hierbei auf grosse Vorteile der Verhandlungen verzichten müssen. Denn gerade die unformale Handhabung erlaubt es der Beschaffungsstelle, die Aufträge auf unkomplizierte Art zu verteilen, ohne höhere Verfahrenskosten aufzuwenden.
Eine optimale Verhandlung hat nebst den oben erwähnten Nachteilen auch zusätzlich eine natürliche Grenze der Vorteile. Da die Firma bei einer Verhandlung über dieselbe private Information wie bei einer Ausschreibung mit nur einer Firma verfügt, kann eine optimale Verhandlung abstrakt wie eine optimale Ausschreibung mit einer einzigen Firma betrachtet werden. Daher gelten für die Optimale Verhandlung die selben Nachteile wie bei einer optimalen Ausschreibung mit nur einer Firma. Einen Nachteil einer Ausschreibung möchten wir im Folgenden hervorheben.
Die Berechnung der optimalen Ausschreibung benötigt die Kenntnis der Kostenverteilun-

gen der Firmen. Mit dieser Information (oder einer Schätzung derselben) muss man noch erheblichen Aufwand betreiben, um die Details eines optimalen Verfahrens zu berechnen.
Die Arbeit von Bulow und Klemperer (1996) deckt eine grössere Schwäche der optimalen Ausschreibung auf.[68] Wenn die optimale Ausschreibung nur eine einzige Firma von der Teilnahme an der Ausschreibung abhält, dann sind die erwarteten Kosten in einer normalen Erstpreisausschreibung ohne Höchstpreis geringer als in der *optimalen* Ausschreibung. Dieses Resultat gilt für alle Fälle, in welcher die höchstmöglichen Kosten der Firmen unter dem gesellschaftlichen Nutzen S liegen.
Aus diesem Resultat kann geschlossen werden, dass eine Verhandlung, welche sich dadurch mitauszeichnet, dass sie weniger Firmen als eine Ausschreibung berücksichtigt, nicht geringere erwartete Kosten als eine Ausschreibung erzielen kann.[69] Dies auch dann nicht, wenn die Submissionsstelle ihr ganzes Know-How einsetzt, um in einer Verhandlung einen minimalen Preis durchzusetzen.

4.3 Schlussfolgerungen

Der Vorteil einer öffentlichen Ausschreibung ist die Anziehung einer grossen Anzahl Bieter. Das Vorhandensein vieler Konkurrenten zwingt die einzelnen Firmen, ein günstiges Gebot einzureichen, ohne dass die Submissionsstelle mit ihnen in schwierige Verhandlungen eintreten muss.
Die Erhöhung der Anzahl Bieter impliziert eine stärkere Verringerung der erwarteten Beschaffungskosten als eine optimale Ausgestaltung des Vergabeverfahrens. Die Submissionsstelle sollte sich daher um eine möglichst erfolgreiche Bekanntmachung einer Ausschreibung bemühen und bei auswärtigen Firmen keine Zweifel aufkommen lassen, dass sie gleichberechtigte Bieter sind.
Verfahrenskosten führen dazu, dass sich bei geringen Auftragswerten eine Ausschreibung nicht lohnt. Die optimale Festsetzung der Schwellenwerte sollte sich an einem Vergleich der Verfahrenskosten mit den Vorteilen des erhöhten Wettbewerbs orientieren.
Wir haben ein einfaches Verhandlungsmodell untersucht, in welchem die Beschaffungsstelle in einer Verhandlung die Offerten bis zu einem kritischen Gebot akzeptiert. Die optimalen Schwellenwerte, sowie die optimale Differenz des kritischen Gebots und der erwarteten

[68] Die Arbeit von Bulow und Klemperer (1996) bezieht sich auf den Auktionsfall. In diesem Text werden die Resultate auf eine Ausschreibung übertragen. Auch bezieht sich ihre Arbeit auf die Englische Auktion. Wegen der Kostenäquivalenz gelten die Aussagen in unserem Fall auch für die Erstpreisausschreibung.

[69] Unter der Annahme, dass eine Ausschreibung nicht zu hohe Transaktionskosten verursacht.

Kosten, sind umso höher, je höher die Kosten einer Ausschreibung und je tiefer die Anzahl Bieter in der Ausschreibung sind. Der Vorteil einer Ausschreibung gegenüber einer Verhandlung sind die tieferen Gebote der Firmen. Damit sich die Ausschreibung lohnt, sollte die erwartete Ersparnis durch die geringeren Gebote die Verfahrenskosten aufwiegen. Dies wird einerseits dann erreicht, wenn die Verfahrenskosten gering sind, andererseits dann, wenn sich viele Firmen an der Ausschreibung beteiligen, sodass die erwarteten Ersparnisse grösser sind.

5 Liberalisierung versus Protektionismus

Im Kanton Basel-Stadt, wie auch in anderen Kantonen der Schweiz, hat die protektionistische Haltung im Submissionswesen eine lange Tradition. Durch internationale Gesetze wurde in jüngster Zeit eine formelle Liberalisierung durchgesetzt. Vor dieser internationalen Liberalisierung wurde schon mit einigen Schwierigkeiten durch interkantonalen Vereinbarungen eine Liberalisierung über die Kantonsgrenze hinaus erreicht (siehe Abschnitt 2.3.1). Die freiwillige Liberalisierung reichte aber nur innerhalb der eigenen Landesgrenzen. Es scheint, dass übergeordnete Gesetze unabdingbar sind, um auch Unternehmen aus dem Ausland bei den Ausschreibungen mitbieten zu lassen.
In diesem Kapitel fragen wir uns, ob die Submissionsstelle ausserkantonale oder ausländische Firmen freiwillig mitberücksichtigen sollte.
Wir konzentrieren uns auf zwei Effekte einer Liberalisierung:

- Es können mehr Firmen an einer Ausschreibung teilnehmen, und
- der Auftrag könnte an eine auswärtige Firma vergeben werden.

In Abschnitt 5.1 werden zunächst die Standardresultate dargelegt, welche den Einfluss einer erhöhten Anzahl Bieter auf die erwarteten Beschaffungskosten oder auf die soziale Wohlfahrt aufzeigen. Der erhöhte Wettbewerb wirkt eindeutig kostensenkend und ist das Hauptargument für eine Liberalisierung.
Wir relativieren dieses Resultat in Abschnitt 5.2, indem wir im Modell berücksichtigen, dass jedes Gebot bei der Beschaffungsstelle Kosten verursacht, um das Gebot zu überprüfen. Diese Modifikation hat zur Folge, dass eine unbeschränkte Erhöhung des Wettbewerbs nicht wünschenswert ist.
In Abschnitt 5.3 wird insbesondere der zweite mögliche Effekt einer Liberalisierung berücksichtigt. Wir definieren eine "regionale gesellschaftliche Wohlfahrt", welche von den Firmengewinnen nur die Gewinne der regionalen Firmen berücksichtigt und untersuchen die Frage, ob eine Liberalisierung immer noch vorteilhaft ist.

5.1 Wettbewerb

Wir untersuchen den Einfluss der Anzahl Bieter auf die erwarteten Kosten der Submissionsstelle und auf die erwartete utilitaristische Wohlfahrt.
Aus der Gleichung (11) können wir das Überbieten einer Firma i über die eigenen Kosten darstellen als

$$\ddot{U}B_i = \int_{c_i}^{\bar{c}} \left[\frac{(1 - F(c))}{(1 - F(c_i))} \right]^{n-1} dc.$$

Aus dieser Gleichung ist leicht ersichtlich, dass mit einer höheren Anzahl Firmen n die Überbietung einer Firma verringert wird. Der Wettbewerb führt dazu, dass die Firmen aggressiver bieten, jedoch ohne ihre eigene Kosten zu unterbieten.

Im Abschnitt 3.3.2 wurde gezeigt, dass die erwarteten Kosten einer Erstpreisausschreibung sich zusammensetzen aus den erwarteten Kosten der günstigsten Firma und das Überbieten der günstigsten Firma $C_B = E\left[c_{(1)}\right] + E\left[\ddot{U}B_{(1)}\right]$.

Ein höherer Wettbewerb hat somit zwei Effekte auf die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle. Der erste Effekt ist ein Zufallseffekt: Die erwarteten tiefsten Kosten sind umso tiefer, je höher die Anzahl Bieter ist. Wenn wir eine Firma hinzufügen, kann gerade diese Firma zufällig die tiefsten Kosten haben. Der zweite Effekt ist ein strategischer Effekt. Je mehr Firmen an der Ausschreibung teilnehmen, desto aggressiver bieten die Firmen. Die erwartete Überbietung der Firma mit den tiefsten Kosten ist umso kleiner je höher n.

Beide Effekte haben einen kostensenkenden Einfluss. Der Kosteneffekt ist das Hauptargument für die Liberalisierung des Submissionswesens.

Der Einfluss einer Erhöhung der Anzahl Bieter wird nun formell bewiesen.

Satz 4 *In der Erstpreisausschreibung $EPA(0,\infty)$ sind die erwartete Kosten der Beschaffungsstelle fallend in n.*

Beweis von Satz 4

Aus der Gleichung (2) haben wir:

$C_B = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[c + \frac{F(c)}{f(c)}\right] nf(c)(1 - F(c))^{n-1} dc = \underline{c} + \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[1 + d\frac{F(c)}{f(c)}/dc\right] (1 - F(c))^n dc.$

$\Rightarrow \frac{\partial C_B}{\partial n} = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[1 + d\frac{F(c)}{f(c)}/dc\right] (1 - F(c))^n \ln(1 - F(c))\, dc < 0.$

In diesem Beweis wird die "monotone hazard rate property" und die Eigenschaft, dass der Logarithmus einer Zahl zwischen 0 und 1 negativ ist, verwendet. □

Der Einfluss des erhöhten Wettbewerbs auf die utilitaristische Wohlfahrtsfunktion ist ebenso eindeutig.

Satz 5 *Die erwartete utilitaristische Wohlfahrtsfunktion ist steigend in n.*

Beweis von Satz 5

Wir wissen, dass im Gleichgewicht die günstigste Firma den Auftrag erhält. Daraus folgt:

$E[W] = E[U] + E\left[\sum_{i=1}^{n} \pi_i\right] = S - E[p] + E\left[\pi_{(1)}\right] = S - E[p] + E[p] - E\left[c_{(1)}\right] = S - E\left[c_{(1)}\right].$

Dass $E\left[c_{(1)}\right]$ fallend in n ist, kann einfach aus deren Definition eingesehen werden:

$$E\left[c_{(1)}\right] = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} cf(c)(1-F(c))^n\,dc.$$

□

Im Standard-Modell ist somit eine Erhöhung der Anzahl Firmen eindeutig wünschbar.

5.2 Überprüfungskosten

Eine uneingeschränkte Liberalisierung muss nicht optimal sein. Die Beschaffungsstelle muss jedes eingereichte Gebot überprüfen, was ihr Überprüfungskosten $K_{\ddot{U}} > 0$ je Gebot verursacht.

Die erwartete Kostensenkung eines weiteren Bieters wird bei grossen n geringer sein als die zusätzlichen Kosten $K_{\ddot{U}}$. In diesem Abschnitt geht es nur darum, diesen intuitiven Zusammenhang mit einem formellen Beweis zu bestätigen.

Die erwartete Kosten der Beschaffungsstelle bei Anwendung einer Erstpreisauktion $EPA(0,\infty)$ sind nun durch

$$C_B^{\ddot{U}} = C_B + n \cdot K_{\ddot{U}}$$

gegeben. Hierbei sind C_B die erwarteten Kosten der entsprechenden Ausschreibung ohne Überprüfungskosten.

Mit diesen Definitionen erhalten wir den folgenden Satz.

Satz 6 *Es existiert ein endliches $n^* \in \mathbb{N}$, so dass*

$$\frac{\partial C_B^{\ddot{U}}}{\partial n} > 0, \forall n > n^*.$$

Beweis von Satz 6

Wird in Anhang A.6 bewiesen. □

Eine Liberalisierung würde sich somit in diesem, gegenüber dem Standardmodell leicht modifizierten Modell, nicht mehr uneingeschränkt lohnen. Das Modell kann aber ohne empirischen Überprüfung keine Aussagen darüber treffen, ob die Anzahl Firmen, ab welchen die Kosten der Beschaffungsstelle steigend sind, bei der Liberalisierung erreicht wurde.

5.3 Regionale Wohlfahrt

Das grösste Hindernis bei der Durchsetzung der Liberalisierung in der Praxis sind die politischen Einwände von Gewerbeverbänden und regionalen Firmen. Diese sind nicht nur darüber besorgt, dass die Firmen durch den härteren Wettbewerb weniger verdienen (Abschnitt 5.1). Ihre grösste Befürchtung ist, dass einige Aufträge gar nicht mehr an ansässige Firmen vergeben werden, weil auswärtige Firmen günstiger bieten. Dieser Aspekt kann im Modell von Abschnitt 5.1 nicht berücksichtigt werden.

Es ist das Ziel dieses Abschnitts, das Grundmodell so zu erweitern, dass zwischen einer Vergabe an ansässige und einer Vergabe an auswärtige Firmen unterschieden werden kann. Wir wollen dann urteilen, ob die niedrigeren erwarten Beschaffungskosten den Nachteil einer Vergabe an eine auswärtigen Firma aufwiegen. Die Frage ist, ob eine die "regionale Wohlfahrt" maximierende Beschaffungsstelle auswärtige Firmen mitbieten lassen soll.

In diesem Modell gibt es zwei Regionen A und B. In beiden Regionen wollen die Bau-Verwaltungen einen Auftrag versteigern, dessen Wert für die Bevölkerung der jeweiligen Region einen Wert von S einbringt.[70] In beiden Regionen gibt es N Firmen F_{ij} (mit $i = A, B; j = 1, ..., N$), die diesen Auftrag ausführen können, wobei eine Firma F_{ij} jeweils Kosten c_{ij} aufwenden muss, um den Auftrag in Region A durchzuführen.

Es gelten die Annahmen des symmetrischen, unabhängigen, private Werte Modells, wobei die Kosten c_{ij} die Realisation einer Zufallsvariable $C_{ij} \sim F\left[\underline{c}, \bar{c}\right]$ ist.

Die Departemente versteigern den Auftrag durch eine Erstpreisauktion $EPA\left(0, \infty\right)$. Sie entscheiden aber vorher simultan, ob sie die auswärtigen Firmen mitbieten lassen oder nicht. Nach dieser Entscheidung bieten die Firmen um den Auftrag, wobei sie wissen ob auswärtige Gebote berücksichtigt werden.

Wir betrachten das Spiel aus der Sicht des Departements der Region A. Die Analyse in Abschnitt 3.3 kann weiterhin verwendet werden. Da die Beschaffungsstelle die Kosten der einzelnen Firmen nicht kennt, sollte sie die ex-ante erwartete Gewinne berechnen.[71]

Eine Firma erhält die ex-ante erwartete Bezahlung $\bar{p}^i$ in Gleichung (7).[72] Falls sie die Ausschreibung gewinnt, was mit der Wahrscheinlichkeit $\left(1 - F\left(c_{ij}\right)\right)^{n-1}$ geschieht, hat sie ihre Kosten c_{ij} aufzuwenden. Die Beschaffungsstelle kennt jedoch die Kosten c_{ij} nicht, so dass die möglichen Aufwendungen mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeitsdichten gewichtet

[70] S wird hoch genug angenommen, so dass es sich sogar lohnt, den Auftrag einer Firma zu den höchsten Kosten zu vergeben. Wir nehmen an: $S \geq \bar{c}$.

[71] Ex-ante erwartete Gewinne sind erwartete Gewinne vor Kenntnis der Kosten.

[72] Zu beachten ist, dass $c^* = \bar{c}$.

werden müssen. Wir erhalten den ex-ante erwarteten Gewinn:

$$\begin{aligned}\pi_{ij}(n) &= \bar{p}^i - \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} c\left(1-F(c)\right)^{n-1} f(c)\, dc \\ &= \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} F(c)\left(1-F(c)\right)^{n-1} dc. \end{aligned} \tag{18}$$

Die erwartete Zahlung des Departements A ist gemäss Gleichung (8)

$$P_A(n) = n\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[cf(c) + F(c)\right]\left(1-F(c)\right)^{n-1} dc.$$

Die Wohlfahrtsfunktion der Beschaffungsstelle A muss gegenüber der Standard-Analyse modifiziert werden. Der Nutzen der Steuerzahler der Region A, U_A, bleibt unverändert. Diesen alleine zu maximieren würde nichts an der Standard-Analyse ändern: Es wäre weiterhin kostensenkend, auswärtige Firmen mitbieten zu lassen.

Wir betrachten eine modifizierte utilitaristische Wohlfahrtsfunktion. Im Vergleich zur normalen utilitaristischen Wohlfahrtsfunktion werden nicht die gesamten Firmengewinne, sondern nur die erwarteten Gewinne der einheimischen Firmen Π_A berücksichtigt:

$$W_A = U_A + \Pi_A = \left(S - P_A\left(n_{a_A}\right)\right) + \left(N \cdot \left(\Pi_A^{in}\left(n_{a_A}\right) + \Pi_A^{out}\left(n_{a_B}\right)\right)\right). \tag{19}$$

Dabei ist $\Pi_A^{in}\left(n_{a_A}\right)$ der ex-ante erwartete Gewinn, den eine Firma in der eigenen Region erzielt und $\Pi_A^{out}\left(n_{a_B}\right)$ der ex-ante erwartete Gewinn, den eine Firma in der anderen Region erzielt. Beide sind von den Aktionen der entsprechenden Departemente abhängig.

Die Aktion des Departements i ist $a_i \in \{L, P\}$, wobei L für Liberalisierung und P für Protektionismus steht. Die Handlung a_i hat nur einen Einfluss auf die Anzahl Bieter in der eigenen Region, n^{in}:

$$n^{in} = n_{a_i} = \begin{cases} 2N & \text{wenn } a_i = L \\ N & \text{wenn } a_i = P \end{cases}.$$

Die ex-ante erwarteten Gewinne der einheimischen Firmen betragen somit:

$$\Pi_A^{in}\left(n_{a_A}\right) = \pi_{ij}\left(n_{a_A}\right).$$

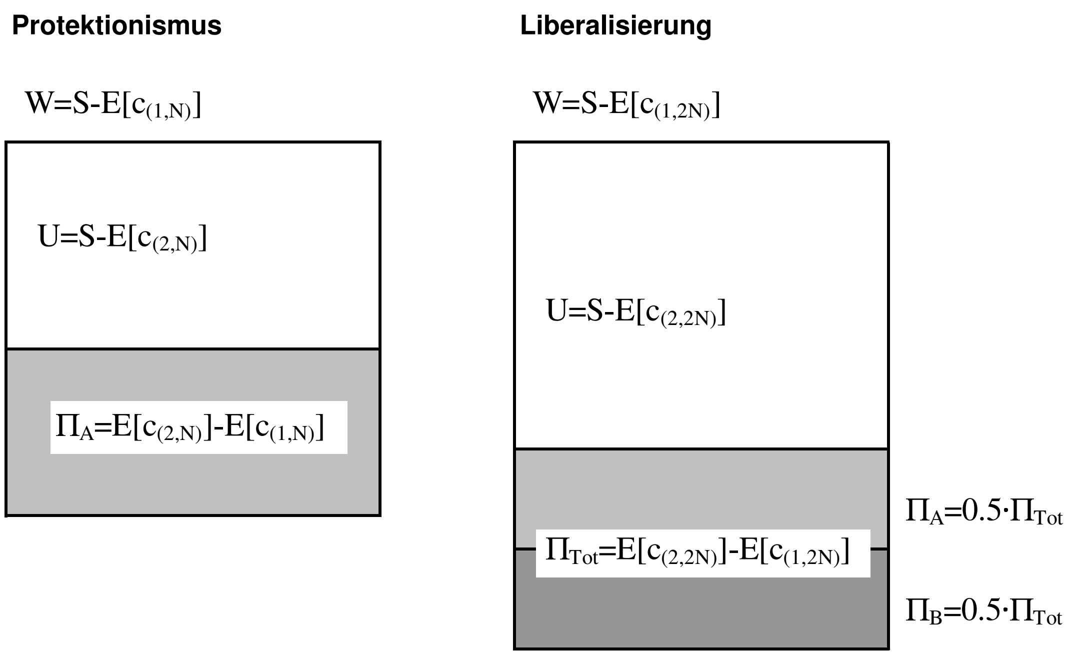
$$\Pi_A^{out}\left(n_{a_B}\right) = \begin{cases} \pi_{ij}\left(n_L\right) & \text{wenn } a_j = L \\ 0 & \text{wenn } a_j = P \end{cases}.$$

Sei $W_A(a_A, a_B)$ der Nutzen des Departements i bei den entsprechenden Handlungen der Departemente. Aus der Struktur der sozialen Wohlfahrt W_A in Gleichung (19) ist ersichtlich, dass die Entscheidung eines Departements unabhängig von der Entscheidung des anderen Departements ist. Es besteht also keine strategische Interdependenz bei den Entscheiden der Departemente.[73] Insbesondere ist für die Entscheidung nur die Betrachtung des folgenden reduzierten Terms wichtig:

$$a_i^* = \arg\max_{a_i} \hat{W}(a_i) \equiv \arg\max_{a_i} \left\{ N \cdot \Pi_i^{in}(n_{a_i}) - P_i(n_{a_i}) \right\}.$$

Es besteht ein Trade-off: Die Liberalisierung führt dazu, dass die einheimischen Firmen weniger gewinnen, während der Staat auch weniger zahlen muss. Welcher Effekt überwiegt, ist zunächst unklar. Wir können die Zusammenhänge in Abbildung 1 veranschaulichen.

Abbildung 1: Protektionismus versus Liberalisierung



Die aus zwei, resp. drei Unterkästchen zusammengesetzten Kästchen stehen für die Wohlfahrt bei den jeweiligen Entscheidungen. Diese entspricht dem Nutzen des Auftrags für die

[73] Der Leser könnte vermutet haben, dass die Struktur des "Gefangenen-Dilemmas" erscheint: Für beide Bau-Verwaltungen hätte die Aktion P besser sein können, während jedoch beide bessergestellt wären, wenn beide L statt P spielen. Ein solches Spiel würde auch die Durchsetzung der Liberalisierung durch übergeordnete Vereinbarungen erklären. Dieser Umstand bleibt jedoch durch das Modell in diesem Abschnitt ungeklärt.

Bevölkerung abzüglich der erwarteten Kosten für die Durchführung des Auftrags. Es wird jeweils die günstigste Firma den Auftrag durchführen. Daher entsprechen die erwarteten Kosten bei Protektionismus den erwarteten niedrigsten Kosten bei N Firmen, bei Liberalisierung den entsprechenden Kosten bei $2N$ Firmen. Dass die soziale Wohlfahrt bei Liberalisierung grösser ist, haben wir schon in Abschnitt 5.1 erklärt.
Die regionale Wohlfahrt setzt sich aus den zwei Teilen, Nutzen für die Bevölkerung und Gewinne der einheimischen Firmen, zusammen. Beim Protektionismus entspricht dies der sozialen Wohlfahrt, da die auswärtigen Firmen nicht mitbieten. Bei der Liberalisierung müssen der sozialen Wohlfahrt die Gewinne der auswärtigen Firmen Π_B abgezogen werden.
Das weisse Kästchen in Abbildung 1 entspricht dem Nutzen für die Bevölkerung. Wir wissen, dass dieser bei Liberalisierung grösser ist, weil die Bevölkerung für die Durchführung des Auftrags weniger zu zahlen braucht: $E\left[c_{(2,2N)}\right]$ statt $E\left[c_{(2,N)}\right]$. Auch hierfür wurden die Gründe schon in Abschnitt 5.1 erläutert.
Das hellgraue Kästchen entspricht den Gewinnen der einheimischen Firmen. Hier wissen wir, dass diese bei Liberalisierung geringer sind. Es gibt zwei Gründe, weshalb die einheimischen Firmen weniger gewinnen. Der erste ist ein strategischer Effekt: Die Firmen bieten aggressiver, weil sie mehr Konkurrenten haben. Der zweite Effekt ist ein Zufallseffekt: Mit 50% Wahrscheinlichkeit wird eine Firma aus der anderen Region den Auftrag gewinnen, welche die geringeren Kosten hat.
Der strategische Effekt wird ganz sicher durch den Effekt der geringeren Kosten für die Beschaffungsstelle aufgehoben. Verlangen die Firmen einen tieferen Preis, hat die Beschaffungsstelle entsprechend weniger zu zahlen. Bei Mitberücksichtigung des Zufallseffekts ist der Gesamteffekt intuitiv nicht klar. Das Ergebnis lässt sich aber formal eindeutig beweisen. Was Satz 7 letztendlich besagt, ist nichts anderes, als dass folgender Zusammenhang zwischen Rangstatistiken gilt:

$$E\left[c_{(1,N)}\right] - E\left[c_{(1,2N)}\right] \geq \frac{1}{2} \cdot \left(E\left[c_{(2,2N)}\right] - E\left[c_{(1,2N)}\right]\right). \tag{20}$$

Beim Vergleich der beiden regionalen Wohlfahrten in Abbildung 1 gehen wir von der sozialen Wohlfahrt bei Liberalisierung, das rechte zusammengesetzte Kästchen, aus.
Der Ausdruck auf der linken Seite der Gleichung (20) ist der Anteil an Wohlfahrt, der von der sozialen Wohlfahrt bei Liberalisierung $S - E\left[c_{(1,2N)}\right]$ abgezogen werden muss, um die regionale Wohlfahrt bei Protektionismus zu erhalten. Wenn wir die rechte Seite von der sozialen Wohlfahrt bei Liberalisierung abziehen, erhalten wir die regionale Wohlfahrt bei Liberalisierung. Die Ungleichung bedeutet also nichts anderes, als dass man von der selben

Menge an Wohlfahrt mehr abziehen muss, um die regionale Wohlfahrt bei Protektionismus zu erhalten als um die regionale Wohlfahrt bei Liberalisierung zu erhalten.

Satz 7 $\hat{W}(L) \geq \hat{W}(P), \forall N \geq 1$. *Es ist eine schwach dominante Strategie für D_A zu liberalisieren.*

Beweis von Satz 7
Der Satz wir in Anhang A.7 bewiesen. □

Es ist ein überraschendes Resultat, dass, obwohl die auswärtigen Firmengewinne nicht berücksichtigt werden, eine Liberalisierung wünschenswert bleibt. Dieses Resultat spricht für die Liberalisierung. Sie erklärt aber nicht, weshalb in der Praxis übergeordnete Vereinbarungen nötig sind, um diese durchzusetzen.

5.4 Schlussfolgerungen

Wir haben in diesem Kapitel den Einfluss der Liberalisierung auf die Kosten einer öffentlichen Beschaffung untersucht. Eine Liberalisierung erhöht den Wettbewerb und wirkt im Standard-Modell kostensenkend und effizienzsteigernd.
Eine Möglichkeit, eine Liberalisierung in Frage zu stellen, ist die Berücksichtigung von Transaktionskosten je Bieter. Eine uneingeschränkte Erhöhung der Anzahl Bieter ist dann nicht mehr wünschenswert. Der Effekt eines zusätzlichen Bieters auf die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle wird mit steigender Anzahl Bieter immer unbedeutender. Jedoch bleiben die administrativen Fixkosten, welche die Beschaffungsstelle je Bieter zahlen muss, konstant. Es gibt daher eine Anzahl Bieter, ab welcher sich eine Erhöhung der Bieteranzahl nicht mehr lohnt. Es können jedoch aus unserer Analyse keine Schlüsse darüber gezogen werden, ob diese Schwelle, bis zu welcher sich eine Erhöhung der Teilnehmerzahl lohnt, bei einer Liberalisierung erreicht wird.
Die regionalen Firmen können staatliche Aufträge an auswärtige Mitbieter verlieren. Dieses Argument, das als Gegenargument der Liberalisierung verwendet wird, haben wir in einem weiteren Abschnitt untersucht. Wir haben den Nachteil der Vergabe an eine auswärtige Firma in einer regionalen Wohlfahrt berücksichtigt. In dieser regionalen Wohlfahrt werden nebst den Kosten der Beschaffungsstelle noch die Gewinne der einheimischen Firmen berücksichtigt. In unserem Modell wiegen die Vorteile der Liberalisierung (höherer Wettbewerb) für die Kosten der Beschaffungsstelle die Nachteile (Vergabe an auswärtige Firmen) auf. Dieses erstaunliche Resultat gilt unabhängig davon, wie sich die auswärtigen Beschaffungsstellen verhalten. Das

Resultat wirft die Frage auf, weshalb es in der Praxis eine übergeordnete Vereinbarung für die Durchsetzung der Liberalisierung braucht. Auf diese Frage erhalten wir von unser Modell keine Antwort.

6 Teilnahmekosten

Die Firmen haben ein genaues Gebot mit genauer Angabe der technischen Details und einer Aufspaltung nach Kostenarten einzureichen. Bei der Vergabe des Auftrags ist dann zwar nur noch das Gesamtgebot ausschlaggebend,[74] doch ist die Eingabe des ausführlichen Gebots Vorbedingung der Gültigkeit des Gesamtgebots. Die Einreichung des Gebots verursacht bei den Bietern Fixkosten. Diese[75] haben auch diejenigen Firmen zu zahlen, welche die Ausschreibung nicht gewinnen werden.

Dieses Kapitel behandelt ein Modell, das die Teilnahmekosten berücksichtigt. Wir beschreiben in Abschnitt 6.1 das Modell und analysieren es in Abschnitt 6.2. Zum einen untersuchen wir die Frage, wie die Teilnahmekosten das Bietverhalten beeinflussen. Das veränderte Bietverhalten hat unmittelbare Konsequenzen für die Kosten der Beschaffungsstelle. Und daher stellt sich erneut die wichtige Frage, ob eine Erhöhung der Anzahl Firmen immer die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle verringert.

6.1 Modellierung der Ausschreibung mit Teilnahmekosten

Wir beziehen in unserem Ausschreibungsspiel eine weitere Stufe mit ein, um die Teilnahmekosten k zu berücksichtigen. In einer ersten Stufe entscheidet jede Firma, ob sie sich an einer Ausschreibung beteiligen will, womit sie die Fixkosten zu zahlen hätte. In der zweiten Stufe entscheidet sie, welches Gebot sie einreicht.

Die Literatur über Ausschreibungsmodellen unterscheidet zwei Arten von Teilnahmekosten – Evaluierungskosten und administrative Kosten – und modelliert somit das Spiel auf zwei grundsätzlich verschiedene Arten.

Bei den Evaluierungskosten handelt es sich um Fixkosten, welche die Firma aufbringt, um die eigenen Kosten zur Erfüllung des Auftrags kennenzulernen. Bei der Teilnahmeentscheidung kennt die Firma somit ihren eigenen Typ noch nicht (Dieses Modell wird in den meisten Aufsätzen verwendet. Siehe French und McCormick (1984), McAfee und McMillan (1987a), Harstad (1990) und Levin und Smith (1994)). Die Evaluierungskosten können auch als Gründungskosten interpretiert werden, bei welchen entschieden wird, ob eine Firma gegründet werden soll, um sich an den Ausschreibungen zu beteiligen.

Im Falle der administrativen Kosten kennen die Bieter bei der Teilnahmeentscheidung schon

[74] Bei klaren Fehlern erhalten die Firmen die Möglichkeit, ihr Gebot zurückzuziehen.

[75] Wir nennen sie im Folgenden Teilnahmekosten. Diese sind zu unterscheiden von den Teilnahmegebühren, welche die Beschaffungsstelle erhalten würde (Abschnitt 3.3.4).

ihre eigenen Kosten. Die Fixkosten betreffen nur den administrativen Aufwand, um das Gebot einzureichen (siehe SAMUELSON (1985)).

In der Submissionspraxis treten fixe Teilnahmekosten mit Sicherheit auf. Obwohl vermutlich beide Arten von Teilnahmekosten vorkommen, beschränken wir uns in dieser Arbeit auf ein Modell mit administrativen Teilnahmekosten. Unsere Vorstellung ist, dass diese in der Praxis die relevanteren Teilnahmekosten sind. Die Firmenangestellten haben schon eine sehr grosse Erfahrung mit solchen Aufträgen. Nebst den Aufträgen für den Staat erfüllen die Firmen laufend auch Aufträge für private Nachfrager, so dass die Angestellten in Kenntnis der speziellen Situation (z.B. spezielle Wünsche der Beschaffungsstelle oder Höhe der Kapazitätsauslastung) sehr schnell schätzen können, wie viel ihre Kosten betragen.

Bei der Entscheidung einer Firmengründung spielen die Marktverhältnisse auf dem privaten Sektor vermutlich die entscheidende Rolle.[76]

6.2 Analyse der Ausschreibung mit Teilnahmekosten

Die Bieter beobachten die eigenen Kosten c_i. Danach entscheiden sie, ob sie an der Ausschreibung teilnehmen wollen. Wenn eine Firma teilnimmt, dann zahlt sie Teilnahmekosten k, und gibt ein Gebot ab, ohne zu beobachten wie viele Firmen sonst noch teilnehmen.

Wie die Firmen sich verhalten werden, können wir aus der Analyse der Standardausschreibung herleiten. Das Optimierungsproblem, welchem die Firmen gegenüberstehen, ist dasselbe wie bei einer Erstpreisausschreibung ohne Teilnahmekosten, in welcher die Beschaffungsstelle die Teilnahmegebühr $g = k$ verlangt. Wir betrachten auch an dieser Stelle eine Erstpreisausschreibung mit einem Höchstpreis $h = \bar{c}$. Analog zur Erläuterung der Gleichung (14) kann die implizite Funktion zur Berechnung des Schwellenwerts angegeben werden:

$$(1 - F(c_*))^{n-1} \cdot (\bar{c} - c_*) - k = 0. \tag{21}$$

Alle Firmen mit Kosten $c_i \leq c_*$ nehmen an der Ausschreibung teil, während die Firmen mit hohen Kosten, $c_i > c_*$, es bevorzugen, sich von der Ausschreibung zu enthalten und sich somit die Teilnahmekosten zu sparen. Die Funktion $c_*(k)$ lässt sich mit einer allgemeinen Verteilungsfunktion nicht explizit lösen, jedoch können wir die Höhe des Schwellenwerts bei exogen gegebenen Verteilungsfunktionen oft mit numerischen Methoden berechnen.

[76] Für die Jahre 1989 bis 1998 beträgt die Bautätigkeit des privaten Sektors durchschnittlich 63% der gesamten Bautätigkeit in Basel-Stadt. Die öffentlichen Ausgaben sind in dieser Zeit jedoch konstant gestiegen, so dass der Staatsanteil im Jahre 1998 schon 49% beträgt (Siehe STATISTISCHES AMT BS (1999)).

Eine Bietfunktion für die Firmen mit geringen Kosten, $c_i \leq c_*$ entspricht der Bietfunktion in Gleichung (89) im Anhang A.3:

$$b(c_i) = c_i + \int_{c_i}^{c_*} \left(\frac{1 - F(c)}{1 - F(c_i)} \right)^{n-1} dc + \frac{k}{(1 - F(c_i))^{n-1}}. \tag{22}$$

Uns interessieren vor allem die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle. Wir bemerken, dass die erwarteten Kosten in der Ausschreibung mit Teilnahmekosten k nicht die selben sind wie bei der Ausschreibung mit den Teilnahmegebühren $g = k$. Der Beschaffungsstelle entgehen all die bezahlten Teilnahmekosten. Diese sind nun versunkene Fixkosten statt Teilnahmegebühren, die ihr zugute kämen.

Eine Firma bietet mit der Wahrscheinlichkeit $F(c_*(k))$ mit. Im Erwartungswert bieten $n \cdot F(c_*(k))$ Firmen mit, die alle Kosten von k zahlen. Der Beschaffungsstelle entgehen somit Gebühren in erwarteter Höhe von $EG_{Tot} = n \cdot F(c_*(k)) \cdot k$. Durch Ergänzung der Gleichung (15) können wir ihre erwarteten Kosten C_B^k in einer Ausschreibung mit Teilnahmekosten k angeben:

$$\begin{aligned} C_B^k &= n \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*(k)} [cf(c) + F(c)] (1 - F(c))^{n-1} dc + S \cdot (1 - F(c_*(k)))^n \\ &\quad + n \cdot F(c_*(k)) \cdot k. \end{aligned} \tag{23}$$

Hierbei wird der Schwellenwert $c_*(k)$ implizit durch die Gleichung (21) bestimmt.

Der Einfluss der Anzahl Bieter auf die erwarteten Kosten ist nicht mehr klar. Einerseits besteht ein Einfluss über den Schwellenwert. Aus Gleichung (21) ist ersichtlich, dass der Schwellenwert mit der Anzahl Bieter sinkt. Je mehr Teilnehmer vorhanden sind, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Konkurrent die geringeren Kosten hat und die Ausschreibung gewinnt. Dies führt schon in der ersten Stufe dazu, dass nur Bieter mit geringen Kosten teilnehmen. Nur diese werden mit einer hohen Wahrscheinlichkeit die Ausschreibung gewinnen. Sie können es sich somit leisten, die Teilnahmekosten aufzuwenden und erwarten noch immer einen positiven Gewinn.

Der Einfluss auf die aktive Anzahl Bieter ist jedoch unklar. Einerseits führt eine Erhöhung von n dazu, dass mehr Bieter teilnehmen könnten, andererseits hat der Einfluss über den Schwellenwert den gegensätzlichen Effekt, dass weniger Bieter teilnehmen. Welcher Effekt überwiegt, können wir nicht ohne weiteres feststellen.

Die gleichen Effekte wirken sich auf das Bieten aus. Wir sehen in Gleichung (22), dass sich das Überbieten aus zwei Teilen zusammensetzt. Der erste Teil, $\int_{c_i}^{c_*} \left(\frac{1-F(c)}{1-F(c_i)} \right)^{n-1} dc$, sinkt mit steigendem n, weil $\frac{1-F(c)}{1-F(c_i)} \leq 1, \forall c \in [c_i, c_*]$, und weil auch c_* mit steigendem n sinkt. Der

zweite Teil, $\frac{k}{(1-F(c_i))^{n-1}}$, steigt jedoch mit steigendem n. Auch hier ist nicht klar ersichtlich, welcher Effekt überwiegt.
Wir möchten in diesem Abschnitt die Aussage beweisen, dass es möglich ist, dass die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle mit steigendem n steigen. Hierzu reicht es, ein Beispiel anzugeben. Wir werden uns auf zwei Verteilungsfunktionen konzentrieren.

6.2.1 Gleichverteilung

Im gleichem Modellrahmen mit Annahme von gleichverteilten Kosten zeigt Samuelson (1985) einige Beispiele, bei welchem das Höchstgebot so gewählt wird, dass die sozialen Kosten minimiert werden. Er zeigt Beispiele mit unterschiedlichen Eigenschaften. In einem Beispiel sinken die *sozialen* Kosten mit steigender Anzahl Teilnehmer. Es gelingt ihm jedoch auch verblüffendere Beispiele zu zeigen, so z.B. ein Modell, in welchem die *sozialen* Kosten ab einem kritischen n steigen und eines, in welchem die *sozialen* Kosten bei allen n steigend sind. Samuelson bemerkt, dass er ähnliche Resultate auch für den Fall erhält, in welchem das Höchstgebot so gewählt wird, dass die Kosten der Beschaffungsstelle minimiert werden.
In diesem Kapitel beschränken wir unsere Analyse auf die normale Erstpreisausschreibung. Der Schwellenwert wird nicht von der Submissionsstelle gewählt, sondern aus den exogen gegebenen Angaben bezüglich Teilnahmekosten, Verteilungsfunktionen und Anzahl Bietern bestimmt. Das Modell wird nicht in der Arbeit von Samuelson behandelt und es ist a-priori noch unklar, ob ähnliche Beispiele gefunden werden können.
In diesem Abschnitt nehmen wir an, dass die Kosten einer Firma aus der Gleichverteilung auf dem Bereich $[\underline{c}, \bar{c}]$ gezogen werden. Die Verteilungsfunktion ist daher

$$F(c) = \frac{c - \underline{c}}{\bar{c} - \underline{c}}$$

und die Dichtefunktion ist

$$f(c) = \frac{1}{\bar{c} - \underline{c}}.$$

Die Gleichung (21), welche den kritischen Typ bestimmt, ändert sich zu:

$$\left(\frac{\bar{c} - c_*}{\bar{c} - \underline{c}}\right)^{n-1} (\bar{c} - c_*) - k = 0.$$

Aus dieser Gleichung lässt sich nun explizit der kritische Typ berechnen:

$$c_* = \bar{c} - \sqrt[n]{k\,(\bar{c} - \underline{c})^{n-1}}.$$

Wir passen Gleichung (23) an und berechnen im Anhang A.8 die erwarteten Kosten:

$$\begin{aligned} C_B^k &= -\left(2\bar{c}-\underline{c}\right)\left(\frac{\bar{c}-c_*\left(k\right)}{\bar{c}-\underline{c}}\right)^n + \left(2\bar{c}-\underline{c}\right) + \frac{2n}{n+1}\frac{\left(\bar{c}-c_*\left(k\right)\right)^{n+1}}{\left(\bar{c}-\underline{c}\right)^n} \\ &\quad -\frac{2n}{n+1}\left(\bar{c}-\underline{c}\right) + S\cdot\left(\frac{\bar{c}-c_*\left(k\right)}{\bar{c}-\underline{c}}\right)^n + n\cdot\frac{c_*\left(k\right)-\underline{c}}{\bar{c}-\underline{c}}\cdot k. \end{aligned}$$

Diese Darstellung der Kosten ist für eine numerische Berechnung geeigneter als die Form in Gleichung (23). Es ist eine einfache Angelegenheit, die Parameter in einem Tabellenkalkulationsprogramm einzugeben und einige Beispiele zu berechnen und graphisch darzustellen.[77] Im Gegensatz zu den Resultaten von Samuelson (1985), ist es uns in diesem Modell nicht gelungen Parameter zu finden, bei welchen die erwarteten Kosten mit steigender Anzahl Bieter steigen. Wir stellen in Abbildung 2 einen typischen Fall dar. In diesem Beispiel betragen die Parameter:

$$\underline{c}=0, \bar{c}=1, k=0.05, S=1.$$

Die zu dieser Abbildung gehörenden Daten werden in Anhang A.8 präsentiert. Alle übrigen Fälle, die wir untersucht haben, haben dieselbe Form: Die erwarteten Kosten sinken mit der Anzahl Bieter. Die Resultate von Samuelson (1985) waren daher nur möglich, weil sich der Höchstpreis selbst mit der Anzahl Bieter verändert.
Die Zusammenhänge in diesem Abschnitt sind jedoch nur wegen der Gleichverteilung so eindeutig. Im nächsten Abschnitt untersuchen wir eine andere einfache Verteilung, bei welcher die Abhängigkeit von der Anzahl Bieter auch anders sein kann.

6.2.2 Eine alternative Verteilung

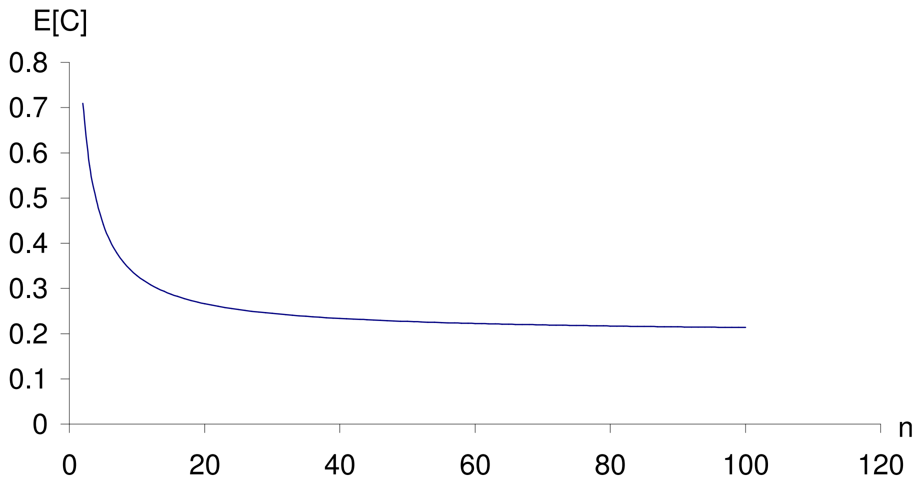
Wir wollen nun die Aussage bestätigen, dass der Zusammenhang der erwarteten Kosten und der Anzahl Bieter von der Verteilung der Kosten abhängt. Dazu betrachten wir hier eine alternative Verteilung. Wir untersuchen eine einfache lineare Dichtefunktion, die wir in Abbildung 3 darstellen.[78]
Die Kosten c_i werden aus dem Bereich $[0, \bar{c}]$ gemäss der Dichtefunktion

$$f\left(c_i\right) = \frac{2}{\bar{c}} - \frac{2}{\bar{c}^2}\cdot c_i$$

[77] Für die Resultate in dieser Arbeit wurde mit Excel 2000 gearbeitet.

[78] Wir haben auch die linear steigende Dichtefunktion $f\left(c\right) = a\cdot c$ betrachtet, doch wiesen alle untersuchten Beispiele sinkende erwartete Kosten.

Abbildung 2: Gleichverteilung



und der entsprechenden Verteilungsfunktion

$$F\left(c_i\right) = \frac{2}{\bar{c}} \cdot c_i - \frac{c_i^2}{\bar{c}^2}$$

gezogen.

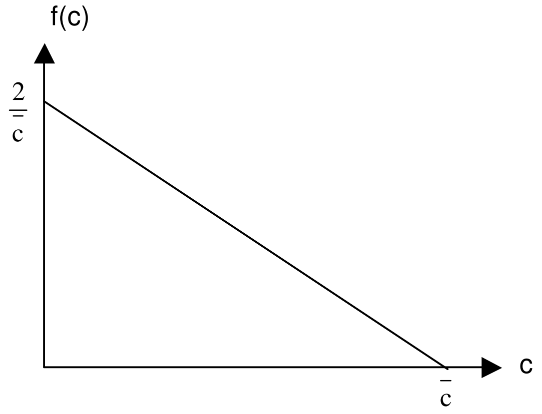
Der Schwellenwert erfüllt gemäss obiger Verteilungsfunktion und Gleichung (21) die implizite Gleichung

$$\left(1 - \frac{2}{\bar{c}} \cdot c_* + \frac{c_*^2}{\bar{c}^2}\right)^{n-1} \left(\bar{c} - c_*\right) - k = 0.$$

Diese Gleichung kann nicht explizit nach dem Schwellenwert aufgelöst werden. Wir können einfach einsehen, dass es einen Wert gibt, der diese Gleichung erfüllt. Wenn wir im obigen Ausdruck $c_* = 0$ einsetzen, wird dieser positiv, wenn vernünftigerweise angenommen wird, dass $k < \bar{c}$.[79] Bei $c_* = \bar{c}$ ist der Ausdruck hingegen negativ. Weiter ist auch leicht zu erkennen, dass der Ausdruck mit steigendem c_* strikt sinkt. Somit gibt es genau einen Wert,

[79]Es macht keinen Sinn, die Teilnahmekosten höher als die höchstmöglichen Kosten anzusetzen, denn dann könnte es sich für keine Firma jemals lohnen sich an der Ausschreibung zu beteiligen.

Abbildung 3: Alternative Dichtefunktion



bei welchen der obige Ausdruck den Wert 0 annimmt. Bei der Untersuchung der Beispiele, reicht es, wenn wir einen Wert finden, bei welchem der Ausdruck 0 ist. Wir wissen dann, dass dies der einzige Schwellenwert ist. Bei der numerischen Berechnung des Schwellenwerts wurde die iterative Methode der Intervallhalbierung verwendet (Siehe Forster (1999)). Gemäss der Herleitung in Anhang A.9 entsprechen die erwarteten Kosten der Submissionsstelle:

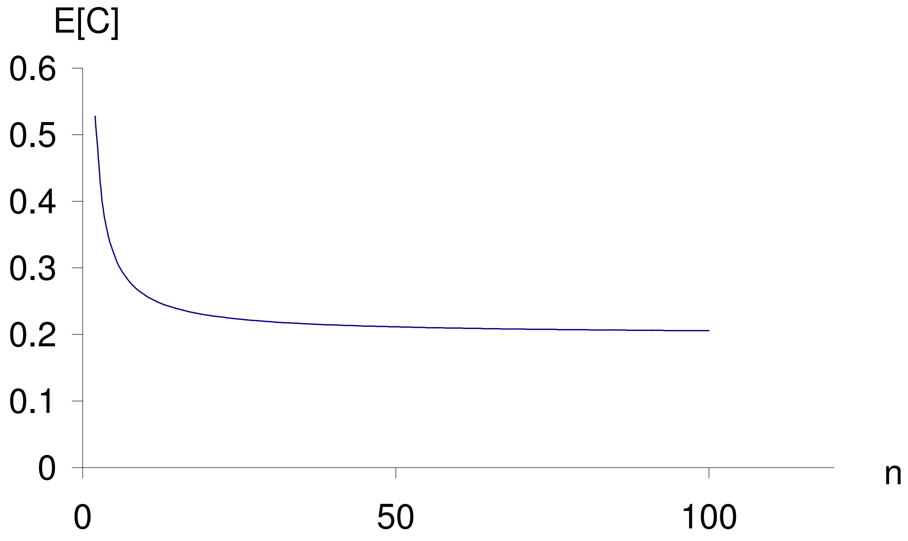
$$
\begin{aligned}
C_B^k \;=\; & \frac{n}{\bar{c}^{2n}} \cdot \left(- \frac{\bar{c}^2 \left(\bar{c} - c_* \left(k\right)\right)^{2n-1}}{2n-1} \right. \\
& - \frac{2\bar{c} \left(\bar{c} - c_* \left(k\right)\right)^{2n}}{2n} + \frac{3 \left(\bar{c} - c_* \left(k\right)\right)^{2n+1}}{2n+1} \\
& \left. + \frac{\bar{c}^{2n+1}}{2n-1} + \frac{2\bar{c}^{2n+1}}{2n} - \frac{3\bar{c}^{2n+1}}{2n+1} \right) \\
& + S \cdot \left(\frac{\bar{c}^2 - 2c_* \left(k\right) \bar{c} + c_* \left(k\right)^2}{\bar{c}^2} \right)^n + n \cdot \left(\frac{2c_* \left(k\right) \bar{c} - c_* \left(k\right)^2}{\bar{c}^2} \right) \cdot k.
\end{aligned}
$$

Wir haben einige Beispiele numerisch berechnet und stellen die wichtigsten nun graphisch dar. Die Werte für diese Beispiele sind in Anhang A.9 aufgelistet.
In den drei vorzustellenden Beispielen haben wir folgende Parameterwerte angenommen:

$$k = 0,05 \text{ und } \bar{c} = 1.$$

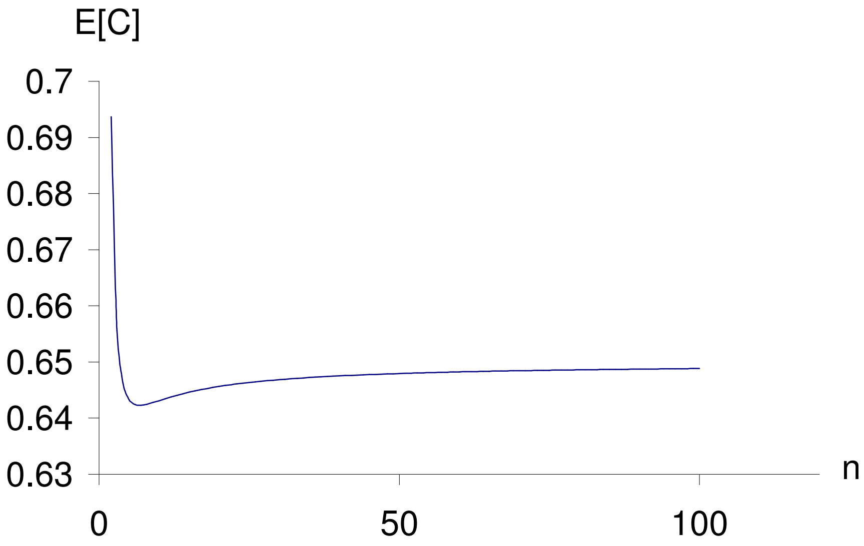
Die Beispiele unterscheiden sich nur in der Höhe von S.

Abbildung 4: Alternative Verteilung Fall 1



Fall 1 ($S = 1$) ist in Abbildung 4 dargestellt. Wie beim Fall der gleichverteilten Kosten (siehe Abbildung 2), sinken auch hier die erwarteten Kosten mit steigender Teilnehmerzahl.
Die Situation ändert sich, wenn wir ein höheres S annehmen.
In Abbildung 5 sehen wir den Fall 2, bei welchem $S = 10$ gilt. Die erste Veränderung gegenüber Fall 1 ist das Resultat, dass die Kosten auf einem höheren Niveau liegen. Dies ist nicht verwunderlich, denn das Verhalten der Firmen wird nicht von der Höhe von S beeinflusst. Somit hat ein höheres S nur den einen Einfluss auf die erwarteten Kosten, dass die Opportunitätskosten, wenn der Auftrag nicht vergeben wird, grösser sind.
Es ändert sich aber auch der Verlauf der erwarteten Kosten mit steigendem n. Wir erkennen, dass bis zu $n = 7$ die erwarteten Kosten weiterhin mit grösserem n sinken. Jedoch erreichen sie bei $n = 7$ ein Minimum und steigen dann mit weiteren Teilnehmern. Dieses Beispiel bestätigt die These, dass bei Vorhandensein von Teilnahmekosten die erwarteten Kosten mit grösserer Anzahl Bieter steigen können.
In Fall 3 in Abbildung 6 gilt $S = 20$. Auch hier ist wieder zu beobachten, dass das Niveau der Kosten nochmal höher ist. Das interessante ist aber, dass die erwarteten Kosten schon von $n = 2$ ab mit steigender Teilnehmerzahl steigen. Eine Erklärung hierfür geben wir im

Abbildung 5: Alternative Verteilung Fall 2



nächsten Abschnitt.

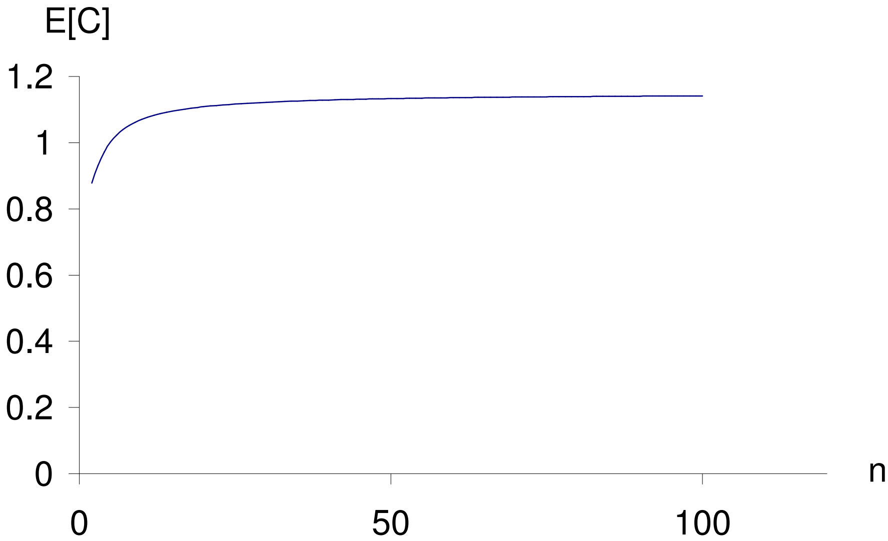
6.2.3 Steigende erwartete Kosten

Wir haben im letzten Abschnitt gesehen, dass bei Vorhandensein von Teilnahmekosten die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle steigen können. Wir suchen nun eine Erklärung für dieses erstaunliche Resultat. Insbesondere wollen wir die Beobachtung klären, dass die steigenden Kosten vor allem bei einem hohen S auftreten.
Die Variable S tritt nur im Ausdruck

$$A_S(n) \equiv S \cdot (1 - F(c_*(k)))^n \tag{24}$$

bei den erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle auf (s. Gleichung (23)). Das Verhalten der Firmen ist nicht von der Höhe von S abhängig, und somit hat S nur auf diesen Ausdruck einen Einfluss.
Die Ableitung dieses Ausdrucks ist

Abbildung 6: Alternative Verteilung Fall 3



$$\begin{aligned}\frac{dA_S}{dn} &= S \cdot (1 - F(c_*(k)))^n \cdot \ln(1 - F(c_*(k))) \\ &\quad - S \cdot n \cdot f(c_*(k)) \cdot (1 - F(c_*(k)))^{n-1} \cdot \frac{dc_*(k)}{dn}.\end{aligned}$$

Durch Anwendung der Regel für implizite Funktionen auf die Gleichung (21), erhalten wir für die Ableitung des Schwellenwerts:

$$\frac{dc_*(k)}{dn} = \frac{(1 - F(c_*(k)))^{n-1} \cdot (\bar{c} - c_*(k)) \cdot \ln(1 - F(c_*(k)))}{(n-1) \cdot (1 - F(c_*(k)))^{n-2} \cdot f(c_*(k)) \cdot (\bar{c} - c_*(k)) + (1 - F(c_*(k)))^{n-1}}.$$

Wir setzen diesen Ausdruck in die Gleichung für $\frac{dA_S}{dn}$ ein, ersetzen den Ausdruck $(\bar{c} - c_*(k)) = \frac{k}{(1-F(c_*(k)))^{n-1}}$ gemäss Gleichung (21) und erhalten nach kleinen Umwandlungen die Ableitung:

$$\begin{aligned}\frac{dA_S}{dn} &= S \cdot (1 - F(c_*(k)))^n \cdot \ln(1 - F(c_*(k))) \\ &\cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{(1-F(c_*(k)))^n}{f(c_*(k)) \cdot k \cdot n} - \frac{1}{n}\right)}\right).\end{aligned}$$

Da $\ln(1 - F(c_*(k))) < 0$, ist $\frac{dA_S}{dn}$ genau dann positiv, wenn der Ausdruck auf der zweiten Zeile negativ ist. Dies ist dann der Fall wenn der Klammerausdruck unter dem Bruchstrich zwischen 0 und -1 liegt. Weil der Ausdruck nie kleiner als -1 sein kann, gilt:

$$\frac{dA_S}{dn} > 0 \Leftrightarrow (1 - F(c_*(k)))^n < f(c_*(k)) \cdot k. \tag{25}$$

Es lassen sich Verteilungen finden, die diese Eigenschaft erfüllen. Die Verteilung in Abschnitt 6.2.2 ist zum Beispiel eine solche. Wir bemerken auch, dass diese Eigenschaft nicht von der Gleichverteilung in Abschnitt 6.2.1 erfüllt wird.[80]

Weil $\frac{dA_S}{dn} > 0$ von S abhängt und S in der Ableitung $\frac{dC_B^k}{dn}$ sonst nirgends vorkommt, wird die Ableitung $\frac{dC_B^k}{dn}$ umso grösser, je grösser S wird, solange die Eigenschaft (25) erfüllt ist. Bei einem genügend hohen S, wie zum Beispiel $S = 20$ im Fall 3 aus Abschnitt 6.2.2, sind die erwarteten Kosten steigend in n für alle $n \geq 2$.

Diese Zusammenhänge lassen uns die Ereignisse erklären. Der Ausdruck A_S hängt auf zwei Arten von n ab. Das n im Exponenten hat einen sinkenden Einfluss auf A_S. Gegeben einen fixen Schwellenwert $c_*(k)$, wird es umso unwahrscheinlicher, dass alle Kosten der Firmen diesen Schwellenwert überschreiten, je mehr Firmen vorhanden sind.

Der wesentliche Effekt kommt über den Einfluss auf den Schwellenwert. Je höher n, desto tiefer wird der Schwellenwert $c_*(k)$. Wenn die Eigenschaft (25) erfüllt ist, dann sinkt der Schwellenwert so stark, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Kosten aller Firmen über den Schwellenwert liegen, steigt. In diesem Falle wird der Auftrag nicht vergeben und der Beschaffungsstelle entgeht ein Gewinn in Höhe vom S. Bei hohem S ist der entgangene Gewinn so hoch, dass er die niedrigeren Kosten wegen des aggressiveren Bietens überwiegt, und die erwarteten Kosten mit n steigen.

[80]Dies kann eingesehen werden, wenn für k der entsprechende Ausdruck aus Gleichung (21) und für die Verteilung und Dichtefunktion die spezifischen Formen eingesetzt werden. Die beiden Ausdrücke sind dann genau gleich hoch. Die Höhe von S hat daher keinen Einfluss auf die Steigung der erwarteten Kosten.

6.3 Schlussfolgerungen

Der administrative Aufwand zur Einreichung eines Gebots verändert die ökonomische Situation in einer Ausschreibung. Die teilnehmenden Firmen erwägen vorerst, ob sich eine Teilnahme lohnt. Sie haben Kosten aufzuwenden, die niemandem zugute kommen. Erst wenn der erwartete Gewinn in einer Ausschreibung diese Kosten übersteigen, lohnt sich eine Teilnahme. Weil der erwartete Gewinn umso grösser ist, je niedriger die Kosten zur Bearbeitung des Auftrags sind, werden nur Firmen mitbieten, deren Kosten unter einen bestimmten Schwellenwert liegen. Je höher die Anzahl Bieter, desto geringer wird der Schwellenwert, weil der erwartete Gewinn bei der Ausschreibung mit der Anzahl Bieter sinkt.
Es wird gezeigt, dass sich in diesem Rahmen eine Erhöhung der Anzahl potentieller Bieter nachteilig auf die Beschaffungskosten der Submissionsstelle auswirken kann. Wenn zufällig alle Firmen hohe Kosten aufweisen, dann wird keine Firma für den Auftrag mitbieten. Der Beschaffungsstelle entgeht in diesem Falle der gesellschaftliche Nutzen aus der Ausführung des Auftrags. Vor allem, wenn dieser gesellschaftliche Nutzen gross ist, kann es geschehen, dass die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle mit steigender Firmenanzahl steigen. Der Schwellenwert sinkt mit höherer Anzahl Bieter so stark, dass die Wahrscheinlichkeit, den Auftrag nicht zu vergeben, ansteigt. Der entgangene Gewinn durch diese Nichterfüllung des Auftrags überwiegt alle anderen Kostensenkungen, die durch den höheren Wettbewerb entstehen. Somit kann es vorkommen, dass ein höherer Wettbewerb bei Vorhandensein von Teilnahmekosten höhere erwartete Kosten für die Beschaffungsstelle verursacht. In solchen Fällen ist eine Liberalisierung nicht erwünscht.

7 Kapazitätsbeschränkungen

Die bisherige Analyse beschränkt sich auf die Ausschreibung eines einzelnen Projektes. In der Praxis ist es jedoch üblich, mehrere Aufträge gleichzeitig auszuschreiben. Die Literatur zum öffentlichen Beschaffungswesen hat schon einige Aspekte bei Versteigerung mehrerer Objekte behandelt. So wurde seit der Versteigerung von Funkfrequenzen der Thematik von Externalitäten besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Die Grundidee ist, dass die Bewertung eines Objektes davon abhängt, welche Objekte der Käufer sonst noch erwirbt, und welche Objekte die Konkurrenten erhalten.[81] Auch in Bezug auf Kollusion traten bei Versteigerung mehrerer Objekte Probleme auf. Insbesondere bei der Versteigerung von Funkfrequenzen kamen die Bieter auf die Idee, mit den letzten Ziffern ihrer Gebote die Identifizierungsnummern der Objekte zu signalisieren, an welche sie interessiert waren. Der angewendete Mechanismus sah vor, dass die Firmen in mehrere Runden Gebote abgaben. Durch die Signalen erreichten die Unternehmen eine Aufteilung der Lizenzen und hörten auf, um die Lizenzen der Konkurrenten mitzubieten.[82] Eine weitere Diskussion über die Versteigerung mehrerer Güter wurde bei der Frage geführt, wie der Staat die Beschaffung von Elektrizität gestalten soll. Hierbei kann jede Einheit Elektrizität als ein einzelnes Objekt angesehen werden.[83]

In diesem Kapitel gehen wir auf eine Problematik ein, welche in der Literatur noch nicht behandelt wurde. Wir untersuchen die eintretenden Effekte in einer Ausschreibung von mehreren Objekten, bei welchen die Bieter eine beschränkte Kapazität haben.

Im Standard-Modell mit nur einem Auftrag, ist der Einfluss der beschränkten Kapazität trivial. Es werden nur die Firmen mitbieten, welche genügend Kapazität haben, um den Auftrag auszuführen. Bei Vorhandensein mehrerer Aufträge stehen die Bieter nebst dem Teilnahmeentscheid noch dem zusätzlichen Problem gegenüber, dass sie sich entscheiden müssen, für welche der Aufträge sie bieten wollen. Sie können nicht für alle Aufträge mitbieten, weil sie dann riskieren alle zu gewinnen und damit ihre Kapazität zu überschreiten. Ihr Verhalten hängt vom verwendeten Verfahren ab.

Die Handhabung der öffentlichen Beschaffung ist dergestalt, dass bis zu einem Abgabetermin die Firmen die Gebote für mehrere Projekte gleichzeitig einzureichen haben (s. Ab-

[81] Arbeiten, die auf die Thematik der Externalitäten eingehen, sind z.B. McAfee und McMillan (1996), Milgrom (2000) und Jehiel und Moldovanu (1999).

[82] Weitere Informationen zu den impliziten Absprachen können z.B. bei Economist (1997) und McAfee und McMillan (1996) gefunden werden. Eine Modellierung der Kollusion wird z.B. in Brusco und Lopomo (1999) behandelt.

[83] Siehe z.B. Green und Newbery (1992).

schnitt 2.3.5). Wir behandeln dieses Verfahren unter dem Namen "simultane Ausschreibung". Bei der Analyse dieses Verfahrens werden wir sehen, dass die Bieter für denjenigen Auftrag mitbieten, bei welchem sie die geringeren Kosten haben. Dieses Verhalten führt aber dazu, dass für jeden Auftrag nur ein Teil der Firmen mitbieten und sich somit der Grad des Wettbewerbs verringert.
Eine Alternative zum verwendeten Verfahren haben wir schon kennengelernt: Die "sequentielle Ausschreibung". Wir hatten dieses Verfahren damit motiviert, dass es auch tatsächlich in der Praxis angewendet wird (Abschnitt 2.3.5). Eine weitere Motivation bietet sich uns an dieser Stelle an: Das sequentielle Verfahren umgeht das Problem des verringerten Wettbewerbs. Die Firmen beobachten vor dem nächsten Gebot, ob sie die heutige Ausschreibung gewonnen haben. Sie können daher mitbieten, ohne ein Auslastungsrisiko einzugehen.
In Abschnitt 7.1 wird das Verhalten der Bieter in einer simultanen und in einer sequentiellen Ausschreibung analysiert. Für den Fall der gleichverteilten Kosten vergleichen wir dann die Höhe der jeweiligen erwarteten Beschaffungskosten.
Eine Eigenschaft der beiden besprochenen Verfahren ist, dass sie ineffizient sind. Dieses Resultat werden wir in Abschnitt 7.2 erläutern. Wir leiten dann einen Mechanismus her, der eine effiziente Allokation der Aufträge bei vorhandener Kapazitätsbeschränkung garantiert.

7.1 Simultane versus sequentielle Ausschreibung

7.1.1 Das Modell

Es gibt zwei Aufträge 1 und 2, um deren Durchführung sich $n \geq 3$ Firmen bewerben. Jede Firma kann nur ein Projekt durchführen. Wir nehmen an, dass eine Firma einen erhaltenen Auftrag nicht weitervergeben darf. Wenn sie einen gewonnen Auftrag nicht durchführen kann, hat sie eine unendlich grosse Strafe zu zahlen. Diese Formulierung des Modells führt dazu, dass in einer simultanen Versteigerung der Aufträge, eine Firma nur bei einem Auftrag mitbietet. Es ist eine Vereinfachung, um den Effekt der beschränkten Kapazität klarer zu untersuchen.
Die Kosten, die eine Firma i hat, um einen Auftrag j durchzuführen, sind eine unabhängige gleichverteilte Zufallsvariable im Intervall $[0, 1]$. Sie werden mit der Variablen $c_{i,j}$ gekennzeichnet.
Wir wollen die Ergebnisse vergleichen, welche sich in einer simultanen Ausschreibung und in einer sequentiellen Ausschreibung ergeben.
Bei der simultanen Ausschreibung entscheidet sich eine Firma, für welchen Projekt sie bieten will. Sie weiss dabei nicht, welche der anderen Firmen auch für diesen Auftrag mitbieten.

Bei der sequentiellen Ausschreibung bieten zunächst alle Firmen für einen Auftrag und dann für den zweiten, wobei der Sieger der ersten Ausschreibung bei der zweiten nicht teilnimmt.

7.1.2 Die sequentielle Ausschreibung

Die Analyse der sequentiellen Ausschreibung kann komplex werden. Die Komplexität hängt entscheidend davon ab, welche Information den Bietern zu welchem Zeitpunkt zur Verfügung steht.

Wir möchten das Problem möglichst einfach halten und wählen hierzu eine spezielle Informationsstruktur.

Eine Firma i erfährt vor der Ausschreibung des Auftrags 1 bloss ihre Kosten zur Ausführung dieses Auftrags: $c_{i,1}$. Die Kosten zur Ausführung des Auftrags 2, $c_{i,2}$, erfährt sie erst nach der Vergabe des Auftrags 1. Durch eine solche Modellierung können wir von der Problematik der Signalisierung abstrahieren,[84] und uns auf die wesentlicheren Effekte konzentrieren, dass ein in der ersten Runde gewinnender Bieter nicht mehr in der zweiten Ausschreibung teilnimmt und dass die mögliche Teilnahme in der zweiten Ausschreibung schon die Gebote für den ersten Auftrag erhöhen.

Wir berechnen das perfekte Bayesianische Gleichgewicht durch Rückwärtsinduktion.[85] In der zweiten Ausschreibung haben wir nur noch $n-1$ Bieter, weil eine Firma in der ersten Ausschreibung gewonnen hat und nun nicht mehr mitbieten kann. Die Werte $c_{i,2}$ der übrig gebliebenen Firmen sind Realisationen von identischen, unabhängig gleichverteilten Variablen auf dem Intervall $[0,1]$.

Jede Firma bietet im Gleichgewicht den bedingten Erwartungswert der tiefsten der übrigen Kosten, gegeben dass diese höher als die eigenen Kosten sind:[86]

$$b_{i,2}\left(c_{i,2}\right) = E\left[c_{(1,n-2)} \left| c_{(1,n-2)} > c_{i,2}\right.\right] = c_{i,2} + \frac{1-c_{i,2}}{n-1}.$$

[84] Wenn eine Firma beim Gebot für den ersten Auftrag schon beide Kosten kennen würde, dann würde ihr erstes Gebot schon von den Kosten für den zweiten Auftrag abhängen. Je niedriger diese Kosten sind, desto höher wäre ihr erwarteter Gewinn in der zweiten Ausschreibung. Dies führt dazu, dass sie für den ersten Auftrag höher bietet. Aus dem Gebot für den ersten Auftrag kann somit eine andere Firma eine zusätzliche Information über die Höhe der Kosten des zweiten Auftrags gewinnen und genau diese Signalwirkung erhöht die Komplexität der Analyse.

[85] Wir unterstellen, dass die Bieter in der zweiten Runde die Aktionen der ersten Runde beobachten können und somit wird ein Eingehen auf die Beliefs, die ein Teil des perfekten Bayesianischen Gleichgewichts sind, überflüssig.

[86] Die Formeln für $E\left[c_{(j,n)}\right]$ bei gleichverteilten Zufallsvariablen und für die entsprechenden bedingten Erwartungswerten werden in Anhang A.4 dargestellt.

Dieses Gebot gilt nur, wenn für den Auftrag 2 noch mindestens 2 Firmen mitbieten. Daher beschränken wir unsere Analyse auf den Fall $n \geq 3$.

Uns interessiert der ex-ante erwartete Gewinn einer Firma in der zweiten Ausschreibung π_2. Hierzu hilft folgende Überlegung: Der Erwartungswert der Kosten des tiefsten Bieters ist $\frac{1}{n}$ während der zweittiefste Bieter im Erwartungswert Kosten von $\frac{2}{n}$ hat. Der erwartete Gewinn des Siegers entspricht daher der Differenz $\frac{1}{n}$.[87] Da jeder Bieter ex-ante mit der selben Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{n-1}$ gewinnt, erhalten wir:[88]

$$\pi_2 = \frac{1}{(n-1)\, n}, \forall i.$$

Die Beschaffungsstelle hat für die Durchführung des Auftrags 2 erwartete Kosten von

$$C_2^{se} = E\left[c_{(2,n-1)}\right] = \frac{2}{n}.$$

Nachdem wir den erwarteten Gewinn in der zweiten Ausschreibung berechnet haben, können wir untersuchen, was in der ersten Ausschreibung geschieht. Wenn eine Firma die Ausschreibung des Auftrags 1 gewinnt, entgeht ihr die Möglichkeit, sich an der Ausschreibung 2 zu beteiligen. Der erwartete Gewinn einer Firma i, welche die Kosten $c_{i,1}$ für die Ausführung des Auftrags 1 hat und das Gebot b einreicht, kann somit folgendermassen dargestellt werden:

$$\begin{aligned}
\pi_i\left(b, c_{i,1}\right) &= \left(b - c_{i,1}\right) Q\left(b\right) + \pi_2\left(1 - Q\left(b\right)\right) \\
&= \left(b - \left(c_{i,1} + \pi_2\right)\right) Q\left(b\right) + \pi_2,
\end{aligned}$$

wobei $Q(b)$ die Wahrscheinlichkeit ist, die Ausschreibung mit einem Gebot b zu gewinnen, wenn die übrigen Bieter ihr Gleichgewichtsgebot einreichen.

Wenn wir untersuchen, welches Gebot die erwarteten Gewinne maximiert, können wir den letzten Summanden vernachlässigen, da dieser nicht vom Gebot abhängt. Den Term $c_{i,1} + \pi_2$ fassen wir zu C_i zusammen. Diese Variable C_i ist nun eine gleichverteilte Zufallsvariable auf dem Intervall $[\pi_2, 1 + \pi_2]$.

Das Maximierungsproblem lässt sich darstellen als

[87] Diese Schlussfolgerung ist wegen der Kostenäquivalenz zulässig. In einer Erstpreisauktion entspricht der erwartete Gewinn einer Firma demjenigen der Zweitpreisauktion. In dieser bieten die Firmen ihre wahren Kosten und somit gewinnt der Sieger die erwartete Differenz der zweitniedrigsten und niedrigsten Kosten.

[88] Natürlich erhalten wir denselben Ausdruck, wenn wir in Gleichung (18) die entsprechenden Werte der Gleichverteilung einsetzen.

$$\max_{b} \left(b - C_i\right) Q\left(b\right).$$

Dieses Problem ist uns schon bekannt. Es ist identisch mit dem Bietproblem in einer Erstpreisausschreibung, in welcher die Bieter die Kosten C_i haben. Somit können wir direkt die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle für die Ausführung des Auftrags 1 angeben:

$$\begin{aligned} C_1^{se} &= \pi_B + \frac{2}{n+1} \\ &= \frac{1}{(n-1)\,n} + \frac{2}{n+1}. \end{aligned}$$

Die erwarteten totalen Kosten der Beschaffungsstelle bei der sequentiellen Ausschreibung betragen:

$$C^{se} = C_1^{se} + C_2^{se} = \frac{1}{(n-1)\,n} + \frac{2}{n+1} + \frac{2}{n}.$$

Diese Kosten werden wir mit den erwarteten Kosten in einer simultanen Ausschreibung vergleichen.

7.1.3 Die simultane Ausschreibung

Eine Firma i beobachtet ihre Kosten $c_{i,1}$ und $c_{i,2}$. Da sie wegen der unendlich hohen Strafe nicht beide Aufträge gewinnen darf, wird sie nur für einen der beiden Projekten mitbieten. Da die Verteilungen der Kosten der beiden Aufträgen symmetrisch sind, wird die Firma für jenen Auftrag ein Gebot einreichen, bei welchem sie die niedrigeren Kosten hat. Sie sieht jedoch nicht, wie viele Firmen auch mitbieten. Jede Firma wird mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ in der selben Versteigerung teilnehmen. Die Berechnung des Gebots wird durch die Stochastik etwas erschwert.

McAfee und McMillan (1987b) analysieren eine Auktion mit einer zufälligen Anzahl Teilnehmer. Sie vergleichen eine Auktion, in welcher die Anzahl Teilnehmer geheim gehalten wird, mit einer, in welcher die Anzahl Teilnehmer vor der Gebotsabgabe offenbart wird. In ihrem Modell beschränken sie sich auf Bieter mit einer positiven konstanten absoluten Risikoaversion.[89] Wir können jedoch ihre Ergebnisse auf unseren Fall der risikoneutralen Bieter anpassen.

[89]Siehe Fussnote 93.

Zunächst müssen wir entscheiden, was geschieht, wenn nur ein Bieter an einer Auktion teilnimmt. Wir nehmen hierzu an, dass diese Firma für die Durchführung des Auftrags unabhängig vom Gebot die höchstmöglichen Kosten $\bar{c} = 1$ erhält. Ebenso nehmen wir an, dass wenn keine Firma an der Ausschreibung eines Auftrages teilnimmt, die Beschaffungsstelle zufällig eine beliebige Firma, die nicht den anderen Auftrag gewinnt, zum Preis $\bar{c} = 1$ beauftragt. Die Zahlung in diesen beiden Fällen ist völlig unabhängig vom Gebot, welches die Firmen einreichen. Daher werden die Gebote auch nicht von diesen Fällen beeinflusst.
Betrachten wir die Ausschreibung des Auftrags 1. Sei Firma i eine Firma mit $c_{i,1} = c < c_{i,2}$. Mit Wahrscheinlichkeit $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ werden alle anderen Bieter die tieferen Kosten beim Auftrag 2 haben, so dass Firma 1 keinen Mitbieter hat. In diesem Fall spielt das Gebot der Firma keine Rolle. Allgemein kann ausgerechnet werden, wie hoch die bedingte Wahrscheinlichkeit p_j ist, dass die Firma j Konkurrenten in der Ausschreibung hat, gegeben dass sie mindestens einen Mitbieter hat:

$$p_j = \binom{n-1}{j} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}.$$

Nach diesen Anmerkungen können wir zum ersten Ergebnis übergehen, der sich an das Resultat von McAfee und McMillan (1987b) anlehnt.

Satz 8 *In einer Auktion mit zufälliger Anzahl Teilnehmer gilt im Gleichgewicht: Der erwarteter Nutzen eines Bieters im Falle, dass die Anzahl Bieter offenbart wird, ist gleichgross wie im Falle, dass sie geheim gehalten wird.*

Beweis von Satz 8:
Wir betrachten zuerst den Fall der Geheimhaltung. Der erwartete Nutzen eines Bieters, wenn er die Kosten c hat und das Gebot b einreicht ist

$$U(b,c) = \sum_{N=1}^{n-1} p_N \left[(b-c) \left(1 - F\left(\phi^*(c)\right)\right)^N \right].$$

Hierbei ist $\phi^*(\cdot)$ die inverse Bietfunktion im Gleichgewicht.[90] Die Ableitung nach dem Gebot ergibt

$$\frac{\partial U}{\partial b} = \sum_{N=1}^{n-1} p_N \left[\left(1 - F\left(\phi^*(b)\right)\right)^N - N(b-c)\left(1 - F\left(\phi^*(b)\right)\right)^{N-1} f\left(\phi^*(b)\right) \phi^{*\prime}(b) \right].$$

[90] Wir treffen die übliche Annahme, dass die Bietfunktion im Gleichgewicht stetig und steigend ist, so dass die Inverse existiert.

Im Gleichgewicht muss diese Ableitung 0 sein. Wir setzen die Beziehungen $b = b^*(c)$, $\phi^*(b^*(c)) = c$ und $\phi^{*\prime}(c) = \frac{1}{b^*(c)}$ ein, und erhalten:

$$\sum_{N=1}^{n-1} p_N \left[(1 - F(c))^N - N(b^*(c) - c)(1 - F(c))^{N-1} f(c) \frac{1}{b^{*\prime}(c)} \right] = 0.$$

Wir multiplizieren mit $b^{*\prime}(c)$ und wandeln die Gleichung zur Differentialgleichung

$$\begin{aligned} -b^{*\prime}(c) \cdot \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N (1 - F(c))^N \right] + b^*(c) \cdot \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N N (1 - F(c))^{N-1} f(c) \right] \\ = \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N N c (1 - F(c))^{N-1} f(c) \right] \end{aligned}$$

um.

Wir können nun diese Gleichung über c von c nach $\bar{c}$ integrieren:

$$\begin{aligned} b^*(c) \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N (1 - F(c))^N \right] &= -\sum_{N=1}^{n-1} p_N \int_c^{\bar{c}} x d (1 - F(x))^N \\ &= c \cdot \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N (1 - F(c))^N \right] \\ &\quad + \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N \int_c^{\bar{c}} (1 - F(x))^N dx \right]. \end{aligned}$$

Hierbei wurde beim zweiten Gleichheitszeichen die Methode der partiellen Integration angewendet.

Wir können nun die letzte Gleichung nach der Gebotsfunktion im Gleichgewicht auflösen:

$$b^*(c) = c + \frac{\sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N \int_c^{\bar{c}} (1 - F(x))^N dx \right]}{\sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N (1 - F(c))^N \right]}. \tag{26}$$

Der erwartete Nutzen einer Firma im Gleichgewicht bei Geheimhaltung berechnet sich als[91]

$$\begin{aligned} U^{G*}(c) &= (b^*(c) - c) \cdot \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N (1 - F(c))^N \right] \\ &= \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N \int_c^{\bar{c}} (1 - F(x))^N dx \right]. \end{aligned}$$

[91] Wir vernachlässigen den Fall, in welchem kein weiterer Bieter in der selben Auktion teilnimmt, weil dann die Firma in beiden Verfahren sowieso gleichviel gewinnen.

Nun können wir den Fall betrachten, bei welchem die Anzahl Teilnehmer vor der Gebotsabgabe offenbart wird. Ein Bieter erfährt die Anzahl Konkurrenten N und bietet dann wie in einer normalen Erstpreisauktion mit $N+1$ Teilnehmer. Die Gebotsfunktion kann direkt aus Gleichung (26) hergeleitet werden, indem für die entsprechende Wahrscheinlichkeit $p_N = 1$ und für alle anderen Indizes $p_j = 0$ eingesetzt wird:[92]

$$b^*(c) = c + \frac{\int_c^{\bar{c}} (1 - F(x))^N \, dx}{(1 - F(c))^N}.$$

Vor der Bekanntgabe wird die Anzahl von N Konkurrenten mit der Wahrscheinlichkeit p_N auftreten. In diesem Fall gewinnt die Firma mit der Wahrscheinlichkeit $(1 - F(c))^N$. Der erwartete Nutzen der Firma bei Offenbarung lässt sich berechnen als

$$\begin{aligned} U^{O*}(c) &= \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N (1 - F(c))^N (b^*(c) - c) \right] \\ &= \sum_{N=1}^{n-1} \left[p_N \int_c^{\bar{c}} (1 - F(x))^N \, dx \right]. \end{aligned}$$

Wir erkennen, dass $U^{G*}(c) = U^{O*}(c)$. Somit ist der Satz bewiesen.

□

McAfee und McMillan (1987b) zeigen, dass dieselbe Aussage gilt, wenn die Bieter eine CARA-Nutzenfunktion haben.[93]
Aus Satz 8 wollen wir ein weiteres Ergebnis herleiten.

Satz 9 *Die erwartete Kosten für die Submissionsstelle in einer Auktion mit Offenbarung der stochastischen Anzahl Bieter sind dieselben wie in einer Auktion, in welcher die Anzahl Bieter geheimgehalten wird.*

Beweis von Satz 9:
Bei einer risikoneutralen Firma kann der erwartete Nutzen im Gleichgewicht folgendermassen dargestellt werden:

$$U^*(c) = (E[b] - c) \, Pr(i \text{ gewinnt}).$$

[92] Siehe auch Gleichung (11).

[93] CARA steht für "constant absolute risk averse". Die Nutzenfunktion hat die Form $U(x) = \frac{1-e^{-\lambda x}}{\lambda}$. Hierbei ist λ der Parameter der Risiko Aversion.

Hierbei ist $E[b]$ das erwartete Gebot der Firma im Gleichgewicht, im Falle dass sie gewinnt, und $Pr(i \text{ gewinnt})$ ist die Gleichgewichtswahrscheinlichkeit, dass sie gewinnt.

Aus Satz 8 wissen wir, dass der erwartete Nutzen für die Firma in der Auktion mit Geheimhaltung derselbe wie mit Offenbarung ist. Weiter stellen wir fest, dass wegen der Symmetrie der Bieter und der Gleichgewichtsstrategien immer die Firma mit den tiefsten Kosten in ihrer Auktion gewinnen wird. Somit ist auch $Pr(i \text{ gewinnt})$ in beiden Fällen gleichgross. Daraus folgt, dass in beiden Fällen auch das erwartete Gebot der Firmen derselbe sein muss, und dass somit die Kosten für die Beschaffungsstelle dieselben sind.

□

Diese Beweisführung ist bei risikoaversen Firmen nicht möglich. Mit einem ähnlichen Beweis zeigen McAfee und McMillan (1987b), dass wenn die Bieter eine CARA-Nutzenfunktion mit positiver Risikoaversion haben, die Kosten für die Submissionsstelle bei Geheimhaltung höher sind.[94]

Aufgrund von Satz 9 kann die Auktion mit Geheimhaltung demnach so behandelt werden, als würden die Bieter zuerst beobachten wie viele Firmen mitbieten, und erst dann das Gebot einreichen. Mit dieser Vorgehensweise berechnen wir dieselben erwarteten Kosten, wie sie eine Ausschreibung mit Geheimhaltung implizieren würde.

Wir sollten nun einen Blick auf die Verteilungen der Kosten werfen. A priori sind die Kosten unabhängig gleichverteilt. Wenn nun aber Firma i annimmt, dass Firma k an der selben Ausschreibung 1 teilnimmt, dann hat sie implizit eine weitere Annahme getroffen: $c_{k,1} < c_{k,2}$. Die Kosten für den Auftrag 1 sind demzufolge die geringere von zwei gleichverteilten Variablen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung und die Dichtefunktion sind

$$G(x) \equiv Pr\left(c_{k,1} < x \,|c_{k,1} < c_{k,2}\right) = 1 - \left(1 - F(x)\right)^2, \text{ und}$$

$$g(x) = 2f(x)\left(1 - F(x)\right).$$

Die Firmen sind weiterhin symmetrisch, und somit wissen wir wie eine solche im Gleichgewicht bietet. Sie reicht als Gebot die bedingt erwarteten niedrigsten Kosten der j Gegner, unter der Bedingung, dass diese höher sind als die eigenen:

$$b_{i,1}(c,j) = E\left[c_{(1,j)} \,|c_{k,1} > c, \forall k \neq i\right].$$

[94] Dieses Resultat ist intuitiv verständlich. Da der erwartete Nutzen bei Geheimhaltung trotz der höheren Unsicherheit derselbe ist, muss ein niedrigerer erwarteter Gebot die höhere Unsicherheit kompensieren.

Um die Vorzüge der Gleichverteilung weiterhin benützen zu können, machen wir Gebrauch vom folgenden Lemma:

Lemma 1 *Eine Zufallsvariable x habe die Verteilungsfunktion $F(x)$. Sei y die geringere von zwei solchen Variablen und $G(y) = 1 - (1 - F(y))^2$ die entsprechende Verteilungsfunktion. Dann gilt:*

$$E_y \left[y_{(1,j)} \left| y_{(1,j)} > c \right. \right] = E_x \left[x_{(1,2j)} \left| x_{(1,2j)} > c \right. \right].$$

Beweis von Lemma 1:
Das Lemma wird in Anhang A.10 bewiesen.

□

Mit Hilfe von Lemma 1 und Anhang A.4 berechnet sich die Gebotsfunktion bei j Konkurrenten als

$$b_{i,1}(c, j) = c + \frac{1-c}{2j+1}.$$

Die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle für den Auftrag 1 bei einer Beteiligung von $j \geq 2$ Bietern entspricht den erwarteten zweittiefsten von $2 \cdot j$ gleichverteilten Kosten:

$$C_1^{si}(j) = \frac{2}{2j+1}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass j Firmen für den Auftrag 1 mitbieten ist:

$$Pr\,(j \text{ Bieter}) = \binom{n}{j} \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Die erwartete Kosten für die Beschaffung des Auftrags 1 sind somit

$$C_1^{si} = 1 \cdot [1+n] \left(\frac{1}{2}\right)^n + \sum_{j=2}^{n} \binom{n}{j} \left(\frac{1}{2}\right)^n \frac{2}{2j+1}.$$

Die Ausschreibung des Auftrags 2 ist symmetrisch zu derjenigen des Auftrags 1, so dass auch für diesen Auftrag die erwartete Kosten $C_2^{si} = C_1^{si}$ bezahlt werden müssen.
Die totalen erwarteten Kosten entsprechen daher:

$$C^{si} = 2 \cdot C_1^{si}.$$

7.1.4 Vergleich der simultanen mit der sequentiellen Ausschreibung

Die zu vergleichende Ausdrücke sind:

$$C^{se}(n) = \frac{1}{(n-1)\,n} + \frac{2}{n+1} + \frac{2}{n}$$

und

$$C^{si}(n) = 2 \cdot \left[(n+1) \left(\frac{1}{2}\right)^n + \sum_{j=2}^{n} \binom{n}{j} \left(\frac{1}{2}\right)^n \frac{2}{2j+1} \right].$$

Ein analytischer Vergleich der beiden Ausdrücke ist leider nicht gelungen. In Anhang A.11 wird jedoch gezeigt, dass für Werte von n zwischen 3 und 100, die sequentielle Ausschreibung niedrigere erwartete Kosten impliziert als die simultane Ausschreibung.
Die Differenz der Kosten beider Ausschreibungen in Anhang A.11 wird mit steigendem n geringer. Unsere Vermutung ist aber, dass $C^{se}(n) < C^{si}(n)$ für alle natürliche $n \geq 3$ gilt.
Wir möchten nicht behaupten, dass dies ein allgemeines Resultat ist. Wir vermuten im Gegenteil, dass sich dieses Ergebnis mit geeigneter Wahl der Verteilung umdrehen lässt. Jedoch ist das Modell als ein Beispiel zu sehen, in welchem eine sequentielle Ausschreibung niedrigere Kosten impliziert als eine simultane Ausschreibung.

7.2 Effiziente Ausschreibung bei Kapazitätsbeschränkung

Ein Nachteil der beiden bisher besprochenen Verfahren ist, dass die Allokation nicht effizient ist. Aus wohlfahrtstheoretischer Sicht wünschen wir, dass die Aufträge an die beiden Firmen vergeben werden, welche sie gemeinsam unter Berücksichtigung der Kapazitätsbeschränkung am günstigsten bearbeiten können.
Das Problem bei der simultanen und sequentiellen Auktion liegt darin, dass diese Mechanismen die Kapazitätsbeschränkung vernachlässigen. Die Firmen werden gezwungen, selbst dafür zu sorgen, dass sie nicht beide Aufträge gewinnen.
In der simultanen Ausschreibung bewerben sich die Firmen nur für den Auftrag, bei welchen sie einen Kostenvorteil haben. Diese Selbstselektion ist aber aus Wohlfahrtssicht falsch. Die Firmen vergleichen ihren eigenen Kostenvorteil, sollten aber den Vorteil gegenüber ihren Konkurrenten vergleichen. Die nötige Information hierzu fehlt ihnen jedoch. Es kann somit geschehen, dass die Firma, welche für den Auftrag 2 die niedrigsten Kosten hat, nicht beim Auftrag 2 mitbietet, weil sie bei Auftrag 1 einen Kostenvorteil hat. Wir erkennen die Ineffizienz, wenn wir uns in dieser Situation vorstellen, dass diese Firma beim Auftrag 1 nicht die geringsten Kosten hätte.

In der sequentiellen Ausschreibung kann es geschehen, dass die Firma, welche für den Auftrag 2 niedrigsten Kosten hat, schon den Auftrag 1 gewinnt, weil sie auch jenen am günstigsten bearbeiten kann. Gegeben die Kapazitätsbeschränkung muss dies nicht unbedingt ineffizient sein. Es ist aber ineffizient, wenn die zweitniedrigsten Kosten für Auftrag 1 sehr nahe bei den niedrigsten liegen, während der Kostenvorteil gegenüber den Konkurrenten bei Auftrag 2 sehr gross wäre. In einer solchen Situation wäre es effizient, dieser kostengünstigsten Firma den Auftrag 2 zu vergeben.
Aufgrund der Ineffizienzen dieser beiden häufig benutzten Prozeduren stellt sich die Frage, ob es überhaupt einen effizienten Mechanismus gibt. Ein solches Verfahren leiten wir in diesem Abschnitt her.

7.2.1 Das Modell

Wir untersuchen weiterhin das symmetrische unabhängige, private Werte Modell. Die Beschaffungsstelle muss zwei Aufträge vergeben, $j = 1, 2$. Es gibt n Firmen $i = 1, \ldots, n$, welche je zwei Kosten $c_{i,1}$ (für Auftrag 1) und $c_{i,2}$ (für Auftrag 2) haben. Jede Firma kennt ihre eigene Kosten. Von den Konkurrenten kennt sie nur die Verteilungsfunktion der Kosten. Alle wissen, dass diese Information "common knowledge" ist. Wir nehmen an, dass die Kosten $c_{i,j}$ von einer identischen, unabhängigen Verteilungsfunktion $F(\cdot)$ gezogen werden. Die neue Beschränkung verglichen mit Modellen aus der bisherigen Literatur ist, dass die Firmen nur die Kapazität haben, um *einen* Auftrag zu erfüllen, dies obwohl sie die Kosten für beide Aufträge kennen.
Die uns interessierende Frage ist, ob es einen Mechanismus gibt, bei welchem die Aufträge effizient vergeben werden. Hierbei steht die Beschaffungsstelle den üblichen Informationsbeschränkungen gegenüber, dass sie nur die allgemein bekannten Verteilungsfunktion $F(\cdot)$ kennt.

7.2.2 Effiziente Allokation

Wir beginnen die Analyse mit der Untersuchung, wie die Aufträge effizient vergeben werden, wenn die Beschaffungsstelle die Kosten kennen würde. Es werden hierfür einige neue Variablen eingeführt.
Die Realisationen der Kosten der Firmen seien

$$c_{1,j}, \ldots, c_{n,j}, j = 1, 2.$$

Wir ordnen diese zu

$$c_{(1)j}, \ldots, c_{(n)j}, j = 1, 2.$$

Hierbei steht der Index j bei der Variable $c_{(i)j}$ für den Auftrag, während der Index i den Rang dieser Kosten darstellt (begonnen mit den kleinsten).
Gegeben diese Notation, können wir zwei Fälle unterscheiden. Im trivialen Fall 1 gehören die Kosten $c_{(1)1}$ und $c_{(1)2}$ zwei verschiedenen Firmen. In dieser Situation ist es effizient, die Aufträge an der jeweiligen günstigsten Firma zu vergeben. Dies ist deshalb möglich, weil diese Allokation nicht mit der Kapazitätsbeschränkung in Konflikt gerät.
Im Fall 2 gehören die beiden geringsten Kosten $c_{(1)1}$ und $c_{(1)2}$ derselben Firma. In dieser Situation wird die Beschaffungsstelle von der Kapazitätsbeschränkung daran gehindert, beide Aufträge an diese beste Firma zu vergeben. Der Allokationsentscheid hängt nun auch von den beiden nächst tieferen Kosten $c_{(2)1}$ und $c_{(2)2}$ ab. Im Falle, dass

$$c_{(1)1} + c_{(2)2} \leq c_{(2)1} + c_{(1)2},$$

wäre es effizient, den ersten Auftrag an die beste Firma und den zweiten an die Firma mit den Kosten $c_{(2)2}$ zu vergeben.
Im alternativen Fall,

$$c_{(1)1} + c_{(2)2} \geq c_{(2)1} + c_{(1)2},$$

ist es effizient, wenn die beste Firma den zweiten Auftrag und die Firma mit den Kosten $c_{(2)1}$ den ersten Auftrag ausführt.

7.2.3 Strategien und Gleichgewicht in dominanten Strategien

Der Definitionsbereich der Verteilungsfunktion $F(\cdot)$ sei $T = [\underline{c}, \overline{c}] \subset \mathbb{R}_+$.
Eine Strategie des Bieters i wird durch eine Korrespondenz[95]

$$B : T^2 \rightarrow \mathbb{R}_+^2$$

dargestellt.
Die Firmen geben ein Gebot für beide Aufträge ab. Dies wird in unserer Analyse kein Problem sein, weil wir nur Mechanismen berücksichtigen werden, welche höchstens einen Auftrag

[95] Eine Korrespondenz ist ein allgemeineres Konzept einer Funktion: Gegeben sei eine Menge $\mathbf{A} \subset \mathbb{R}^N$. Eine Korrespondenz $f : \mathbf{A} \rightarrow \mathbb{R}^K$ ist eine Regel, welche jedem $x \in \mathbf{A}$ einen Punkt $f(x) \in \mathbb{R}^K$ zuweist (Mas-Colell et al. (1995), S. 949).

an eine Firma vergeben. Dies bedeutet, dass die Submissionsstelle die Aufgabe übernimmt, die bisher von den Firmen erledigt wurde. Aber jetzt hat die Submissionsstelle mehr Informationen zur Verfügung, da sie beim Allokationsentscheid die Gebote aller Firmen kennen wird. Es ist die Informationsaggregation, welche die Konstruktion eines effizienten Mechanismus ermöglicht.
Eine Strategie repräsentiert zwei Gebote (für je einen Auftrag) $b_{i,1}\left(c_{i,1}, c_{i,2}\right)$ und $b_{i,2}\left(c_{i,1}, c_{i,2}\right)$, welche von beiden Kosten der Firma abhängen.
In der Ein-Güter-Auktion existiert mit der Vickrey-Auktion ein effizienter Mechanismus. Für die Bieter ist es eine dominante Strategie, ihre wahren Kosten zu bieten. Wir werden in unserem Modell einen analogen erweiterten Mechanismus finden. An dieser Stelle möchten wir erklären, wie ein Gleichgewicht in dominanten Strategien definiert ist. Hierzu führen wir eine neue Notation ein.
b_{-i} ist der Vektor der Gebote aller Bieter mit Ausnahme von Bieter i:

$$b_{-i} = \left(b_{1,1} b_{1,2}, \ldots, b_{i-1,1} b_{i-1,2}, b_{i+1,1} b_{i+1,2}, \ldots, b_{n,1} b_{n,2}\right) \in \mathbb{R}_{+}^{2n-2}.$$

$\left(b_{i,1}^{*}, b_{i,2}^{*}\right)$ ist eine dominante Strategie, wenn

$$U\left(b_{i,1}^{*}, b_{i,2}^{*}, b_{-i}\right) \geq U\left(b_{i,1}, b_{i,2}, b_{-i}\right), \forall b_{i,1}, b_{i,2} \in \mathbb{R}_{+}, \forall b_{-i} \in \mathbb{R}_{+}^{2n-2}.$$

Auf die Form der Nutzenfunktion gehen wir im nächsten Abschnitt etwas genauer ein.

$$b^{*} = \left(b_{1,1}^{*}, b_{i,2}^{*}, \ldots, b_{n,1}^{*}, b_{n,2}^{*}\right)$$

bildet ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, wenn $\left(b_{i,1}^{*}, b_{i,2}^{*}\right)$ für alle i eine dominante Strategie ist.
Ein Gleichgewicht in dominanten Strategien ist auch gleichzeitig ein bayesianisches Nash-Gleichgewicht. Es ist ein strengeres Gleichgewichtskonzept als das bayesianische Nash-Gleichgewicht, welches geringere Anforderungen an die Rationalität der Spieler stellt.

7.2.4 Der Clark-Groves-Mechanismus

Im Ein-Güter-Fall ist die Vickrey-Auktion der einfachste Mechanismus, um eine effiziente Allokation zu garantieren. Er ist einfach, weil es für die Bieter eine dominante Strategie ist, ihre wahren Kosten zu bieten. Dadurch ergibt sich nebst der Effizienz ein weiterer Vorteil des Mechanismus: Die Kostentransparenz.[96] In einer Auktion mit zwei Gütern ohne Kapa-

[96] Bei der Erstpreisauktion überbieten die Firmen ihre wahren Kosten, so dass die Beschaffungsstelle über die Vorgehensweise der Firmen Bescheid wissen müssen, um die wahren Kosten festzustellen.

zitätsbeschränkung kann die Vickrey-Auktion doppelt durchgeführt werden, je eine für beide Güter. Das Bieten der wahren Kosten ist auch hier eine dominante Strategie der Spieler.
Schwieriger wird es im Modell mit Kapazitätsbeschränkung. Um diese Kapazitätsbeschränkung im Verfahren zu berücksichtigen, können wir versuchen die doppelte Vickrey-Auktion anzupassen.[97]
Eine notwendige Anpassung ist die Allokationsregel. Diese Regel sollte gemäss unserer Diskussion über eine effizienten Allokation modifiziert werden. Wir können für den Moment annehmen, dass die Bieter – wie wir wünschen – ihre wahren Kosten bieten. Dementsprechend sollten die Aufträge effizient verteilt werden. Es ist dies die minimale Anpassung, um die Kapazitätsbeschränkung zu berücksichtigen.
Als nächstes muss die Zahlungsregel modifiziert werden. Eine Möglichkeit ist analog zur doppelten Vickrey-Auktion zu verfahren: Die Firma die einen Auftrag gewinnt, erhält für dessen Ausführung den nächst höher gebotenen Preis. Wir wollen diesen möglichen Mechanismus "Vickrey-Kapazitäts-Auktion mit einfacher Zahlungsregel" nennen.
Wir zeigen nun, dass dieser Mechanismus nicht die Eigenschaften des Ein-Güter-Falls erfüllt.

Lemma 2 *In der Vickrey-Kapazitäts-Auktion mit einfacher Zahlungsregel ist das Bieten der wahren Kosten keine dominante Strategie.*

Beweis von Lemma 2:
Wir nehmen die Sichtweise einer Firma i. Wir bezeichnen mit $b^{-i}_{(j)k}$ das j-niedrigste Gebot für den Auftrag k, ohne das Gebot der Firma i zu berücksichtigen.
Um das Lemma zu beweisen, reicht die Präsentation eines Falles, in welchem das Bieten der wahren Kosten nicht das Beste für Firma i ist.
Seien einige Parameter gegeben durch $c_{i,1} = 1$, $c_{i,2} = 3$, $b^{-i}_{(1)1} = 2$, $b^{-i}_{(2)1} = 5$, $b^{-i}_{(1)2} = 1$ und $b^{-i}_{(2)2} = 7$. Wir nehmen weiter an, dass $b^{-i}_{(1)1}$ und $b^{-i}_{(1)2}$ von der selben Firma stammt.
Wenn Firma i wahrheitsgemäss bietet, $B^* = \left(b^*_{i,1}, b^*_{i,2}\right) = (1, 3)$, erhält sie den Auftrag 1 und den Nutzen $U^*_i = 2 - 1 = 1$.
Wir untersuchen die Abweichung $B^d = \left(b^d_{i,1}, b^d_{i,2}\right) = (6, 3)$. Da $b^d_{i,1} > b^{-i}_{(2)1}$ gilt, erhält Firma i den Auftrag 1 nicht mehr. Weil die beiden niedrigsten Gebote derselben Firma gehören, müssen wir die Gebote vergleichen, um zu entscheiden, welchen Auftrag die beste Firma erhält. Da

[97] Es ist ja nicht sinnvoll die doppelte Vickrey-Auktion anzuwenden, denn es könnte sich ja ergeben, dass eine Firma beide Aufträge gewinnt. Und dies versuchen die Firmen zu verhindern, indem sie für einen Auftrag nicht mitbieten.

$$b_{(1)1}^{-i} + b_{i,2}^{d} = 5 < 6 = b_{(1)2}^{-i} + b_{(2)1}^{-i}$$

gilt, erhält die Firma mit den niedrigsten Gebote den Auftrag 1. Weil Firma i das zweitniedrigsten Gebot für den Auftrag 2 abgegeben hat, erhält sie diesen zweiten Auftrag. Der Nutzen durch diese Abweichung ist $U^d = 7 - 3 = 4 > U^*$. Somit haben wir die Aussage bewiesen.

□

Es gibt noch weitere Anpassungen der Zahlungsregeln, die versucht werden könnten, um den geeigneten Mechanismus zu finden. Seit den Arbeiten von Clarke (1971) und Groves (1973) steht uns jedoch eine systematische Vorgehensweise zur Verfügung, um den effizienten Mechanismus zu finden (siehe auch Mas-Colell et al. (1995), S. 876 ff).[98] Um das Verfahren in unserem Umfeld zu finden, passen wir die Notation in genannten Arbeiten an. Wir folgen der Vorgehensweise in Mas-Colell et al. (1995).

Wir kennzeichnen den Typenvektor eines Bieters i mit $\theta_i = (c_{i,1}, c_{i,2})$. Entsprechend ist der Typenvektor aller Bieter $\theta = \{\theta_1, \ldots, \theta_n\}$ (mit dem Typenraum Θ) und derjenige aller Bieter mit Ausnahme von Bieter i ist $\theta_{-i} = \{\theta_1, \ldots, \theta_{i-1}, \theta_{i+1}, \ldots, \theta_n\}$. Es gibt eine Menge K an möglichen Allokationen. Ein Element dieser Menge K beschreibt, welche Firma den Auftrag 1 und welche den Auftrag 2 zugeteilt erhält. Die Menge K hat $n\,(n-1)$ Elementen. Das sind all jene Allokationen, bei welchen keiner Firma mehr als ein Auftrag verteilt wird. Der Transfer an Geld von der Beschaffungsstelle zur Unternehmung i wird mit $t_i \in \mathbb{R}$ gekennzeichnet. Die Beschaffungsstelle muss eine Alternative $x = (k, t_1, \ldots, t_n)$ wählen, welche auch "Projektwahl" genannt wird.

Die Nutzenfunktion der Firmen hat die Form

$$u_i\,(x, \theta_i) = t_i - c_i\,(k, \theta_i)\,.$$

Die Funktion $c_i\,(k, \theta_i)$ stellen die Kosten dar, die Firma i tragen muss, wenn die Allokation k gewählt wird und sie den Typenvektor θ_i hat. So entsprechen diese Kosten im Falle, dass ihr der Auftrag 1 zugesprochen wird, $c_{i,1}$.

Die Menge der Alternativen ist[99]

$$X = \{(k, t_1, \ldots, t_n) : k \in K, t_i \in \mathbb{R}_+ \forall i\}\,.$$

[98] Es sollte bemerkt werden, dass nicht immer ein effizienter Mechanismus existiert. So konnten Jehiel und Moldovanu (1995) zeigen, dass ein solches nicht existieren muss, wenn Externalitäten vorhanden sind.

[99] Wir lassen nur Alternativen zu, in welchen die Firmen nicht einen negativen Transfer erhalten.

Eine gesellschaftliche Wahlfunktion hat die Form $g(\cdot) = (k(\cdot), t_1(\cdot), \ldots, t_n(\cdot))$, so dass für alle $\theta \in \Theta$ gilt: $k(\theta) \in K$ und $t_i(\theta) \in \mathbb{R}_+$.
Die gesellschaftliche Wahlfunktion ist ex-post effizient, wenn $k(\theta)$ für alle $\theta \in \Theta$ die Eigenschaft

$$\sum_{i=1}^{n} c_i(k(\theta), \theta_i) \leq \sum_{i=1}^{n} c_i(k, \theta_i), \forall k \in K, \tag{27}$$

erfüllt.
Wir identifizieren nun eine Klasse von ex post effizienten gesellschaftlichen Wahlfunktionen, bei welchen das Bieten ihrer wahren Kosten für die Firmen eine dominante Strategie ist (Mas-Colell et al. (1995), Proposition 23.C.4.).

Lemma 3 *Sei $k^*(\cdot)$ eine Funktion, die Gleichung (27) erfüllt. Die gesellschaftliche Wahlfunktion $g(\cdot) = (k^*(\cdot), t_1(\cdot), \ldots, t_n(\cdot))$ ist implementierbar in dominanten Strategien, wenn für alle $i = 1, \ldots, n$*

$$t_i(\theta) = -\left[\sum_{j \neq i}^{n} c_j(k^*(\theta), \theta_j)\right] + h_i(\theta_{-i}), \tag{28}$$

wobei $h_i(\theta_{-i})$ eine beliebige Funktion von θ_{-i} ist.

Beweis von Lemma 3:
Wir führen einen Beweis durch Widerspruch. Wir nehmen an, die wahren Kosten zu bieten sei für Bieter i keine dominante Strategie. Dann gibt es für θ_i , $\hat{\theta}_i$ und θ_{-i}, so dass

$$t_i\left(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}\right) - c_i\left(k^*\left(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}\right), \theta_i\right) > t_i(\theta_i, \theta_{-i}) - c_i(k^*(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_i).$$

Wir ersetzen die Transfers durch die Gleichung (28), und erhalten nach einer Addition von $h_i(\theta_{-i})$

$$-\sum_{j=1}^{n} c_j\left(k^*\left(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}\right), \theta_j\right) > -\sum_{j=1}^{n} c_j(k^*(\theta_i, \theta_{-i}), \theta_i).$$

Diese Gleichung widerspricht aber der Aussage, dass die Funktion $k^*(\cdot)$ die Gleichung (27) erfüllt. Somit ist unsere Aussage bewiesen.

□

Ein direkter Revelationsmechanismus $\Gamma = (\Theta_1, \ldots, \Theta_n, g(\cdot))$, in welchem die gesellschaftliche Wahlfunktion $g(\cdot) = (k(\cdot), t_1(\cdot), \ldots, t_n(\cdot))$ die Gleichungen (27) und (28) erfüllt, ist unter dem Namen Groves-Mechanismus bekannt (Groves (1973)). Ein spezieller Groves

Mechanismus ist der Clarke-Mechanismus (Clarke (1971)). Dieser Mechanismus entspricht dem Fall, in welchem

$$h_i\left(\theta_{-i}\right)=\sum_{j\neq i}^{n} c_j\left(k_{-i}^{*}\left(\theta\right),\theta_j\right).$$

Hierbei erfüllt $k_{-i}^{*}\left(\theta\right)$ für alle $\theta_{-i}\in\Theta_{-i}$

$$\sum_{j\neq i}^{n} c_j\left(k_{-i}^{*}\left(\theta_{-i}\right),\theta_j\right)\leq\sum_{j\neq i}^{n} c_j\left(k,\theta_j\right),\forall k\in K.$$

Das heisst, $k_{-i}^{*}\left(\theta_{-i}\right)$ ist die ex post effiziente Allokation, wenn nur die $n-1$ Firmen $1,\ldots,i-1,i+1,\ldots,n$ vorhanden wären.
Firma i's Transfer im Clarke-Mechanismus ist also

$$t_i\left(\theta\right)=\left[\sum_{j\neq i}^{n} c_j\left(k_{-i}^{*}\left(\theta_{-i}\right),\theta_j\right)\right]-\left[\sum_{j\neq i}^{n} c_j\left(k^{*}\left(\theta\right),\theta_j\right)\right].$$

Die Nutzenfunktion von Bieter i ist

$$u_i\left(x,\theta_i\right)=\left[\sum_{j\neq i}^{n} c_j\left(k_{-i}^{*}\left(\theta_{-i}\right),\theta_j\right)\right]-\left[\sum_{j=1}^{n} c_j\left(k^{*}\left(\theta\right),\theta_j\right)\right].$$

Wir bemerken, dass die erste Summe nicht vom Gebot der Firma i abhängt. Die zweite Summe hingegen sind die gesellschaftlichen Kosten. Firma i internalisiert somit durch den entsprechenden Transfer die externen Kosten ihres Gebotes. Falls sie nicht ihre wahren Kosten bietet und somit die Submissionsstelle eine ineffiziente Allokation wählt, so wird Firma i die gesamten gesellschaftlichen Kosten selber tragen müssen. Sie möchte daher optimalerweise ihre wahren Kosten bieten. Weil die erste Summe immer die zweite Summe überwiegt, kann es nicht geschehen, dass eine Firma einen negativen Nutzen erhält, und somit ist die Teilnahme aller Firmen gesichert.
Der Clarke-Mechanismus kann durch folgende Regeln implementiert werden:
Die Firmen machen je ein Gebot für beide Aufträge. Die Aufträge werden so verteilt, dass die Summe der beiden Gebote minimiert wird, unter Berücksichtigung der Kapazitätsbeschränkung, dass keine Firma beide Aufträge zugeteilt erhalten darf.
Für die Transfers an die Firmen werden zwei Fälle unterschieden.
Wir kennzeichnen mit $b_{(j),k}^{-i}$ das j tiefste Gebot für den Auftrag k, wenn Firma i nicht berücksichtigt wird. Im ersten Fall gehören die Gebote $b_{(1)1}^{-i}$ und $b_{(1)2}^{-i}$ verschiedenen Firmen. Dann erhält Firma i, falls sie den Auftrag j gewinnt, den Transfer

$$t_i\,(i \text{ gewinnt Auftrag } j\,|\text{Fall } 1) = b^{-i}_{(1)j}.$$

Gewinnt Firma i keinen Auftrag, erhält sie keinen Transfer.
Im zweiten Fall gehören die Gebote $b^{-i}_{(1)1}$ und $b^{-i}_{(1)2}$ derselben Firma.
Falls Firma i den Auftrag j gewinnt, erhält sie den Transfer

$$t_i\,(i \text{ gewinnt Auftrag } j\,|\text{Fall } 2) = \min\left\{b^{-i}_{(1)1} + b^{-i}_{(2)2}, b^{-i}_{(1)2} + b^{-i}_{(2)1}\right\} - b^{-i}_{(1)j}.$$

Gewinnt sie keinen Auftrag, erhält sie wiederum keinen Transfer.

7.3 Schlussfolgerungen

Wir haben in Abschnitt 7.1 eine simultane und eine sequentielle Ausschreibung im Rahmen eines einfachen Modells verglichen. Die Kernannahme war, dass jede Firma jeweils nur einen von zwei Aufträgen erfüllen kann. Diese strikte Kapazitätsbeschränkung hat einen wesentlichen Einfluss auf das strategische Verhalten der Bieter. In einer simultanen Ausschreibung wird sich eine Firma für das Bieten auf *einen* Auftrag entscheiden müssen. Sie darf nicht riskieren, dass sie beide Aufträge gewinnt. Dies splittet die Teilnehmer auf und führt in beiden Ausschreibungen zu einem geringeren Wettbewerb.
Wir können den Nachteil des verringerten Wettbewerbs zu umgehen versuchen, indem wir ein anderes häufig benütztes Verfahren verwenden, die sequentielle Ausschreibung. In der sequentiellen Ausschreibung wissen die Bieter beim zweiten Auftrag schon, ob sie den ersten gewonnen haben. Ausser eine Firma, werden alle an diesem Auftrag mitbieten, ohne zu riskieren, dass sie beide gewinnen. Der Vorteil dieses Verfahrens ist somit, dass ein höherer Wettbewerb besteht.[100] Die sequentielle Ausschreibung bringt jedoch auch einen Nachteil mit sich. Der Gewinner des ersten Auftrags verliert die Option, den zweiten Auftrag zu gewinnen. Dies führt dazu, dass eine Firma nur dann den ersten Auftrag gewinnen möchte, wenn sie für diesen Optionsverlust entschädigt wird. Die Firmen bieten also für den ersten Auftrag höher als bei einer Ein-Güter-Auktion. Es steht somit der Wettbewerbseffekt dem Optionseffekt gegenüber.[101] Im Rahmen eines Beispiels ist es uns gelungen zu zeigen, dass der

[100] Wir sehen bei dieser Aussage vom Detail ab, dass in der zweiten Auktion mit Sicherheit eine Firma weniger mitbietet, während bei der simultanen Auktion nur mit Unsicherheit weniger Firmen für den selben Auftrag mitbieten.

[101] Wir vernachlässigen in unserem Modell einen weiteren Informationseffekt, um uns auf diese zwei zu konzentrieren. Bei einer sequentiellen könnten die Firmen aus den Geboten der ersten Runde Rückschlüsse auf die Kosten der übrigen Firmen für den zweiten Auftrag ziehen.

Wettbewerbseffekt überwiegt. Eine sequentielle Auktion impliziert für die Beschaffungsstelle somit die geringeren erwarteten Kosten.

Einen Nachteil haben beide Ausschreibungsarten jedoch gemeinsam. Sie sind beide ineffizient. In der simultanen Ausschreibung kann es z.B. geschehen, dass die günstigste Firma beim Auftrag 2 bei der Ausschreibung des Auftrags 1 teilnimmt, obwohl sie dort nicht die günstigste ist.

Bei der sequentiellen Ausschreibung kann es geschehen, dass die günstigste Firma bei Auftrag 2 schon Auftrag 1 gewinnt. Dies ist dann ineffizient, wenn ihr komparativer Vorteil bei Auftrag 2 grösser ist als bei Auftrag 1.

Wir haben in Abschnitt 7.2 einen effizienten Verfahren hergeleitet. Es ist die Anwendung des Clark-Groves-Mechanismus auf unseren Modell. In diesem Verfahren ist es für die Bieter eine dominante Strategie, ihre wahren Kosten anzugeben. Die Beschaffungsstelle verteilt dann die Aufträge auf effiziente Weise unter Berücksichtigung der Kapazitätsrestriktion.

Das Verfahren unterscheidet sich von den sonst üblichen Ausschreibung in zwei Punkten. Erstens wird die Kapazitätsrestriktion im Verfahren selber berücksichtigt. Zweitens hängt die Auszahlung nicht nur vom eigenen oder vom zweitniedrigsten Gebot ab, sondern auch von den Geboten anderer Teilnehmer. Im Falle, dass die tiefsten gegnerischen Gebote von zwei unterschiedlichen Firmen stammen, ist die Auszahlung entsprechend einer normalen Zweitpreisauktion: Ein Sieger erhält das zweittiefste Gebot für den selben Auftrag. Im selteneren Fall, dass die tiefsten gegnerischen Gebote von der selben Firma stammen, ist die Auszahlung eine Funktion der tiefsten und zweittiefsten gegnerischen Gebote.

Zusammenfassend können wir Folgendes festhalten. Wenn die Kapazitätsbeschränkungen wesentlich sind, dann erweist sich die angewendete simultane Ausschreibung ein schlechtes Verfahren. Es gibt Auktionen, bei welcher die Beschaffungsstelle die Aufträge günstiger erwirbt, z.B. in unserem Modell die sequentielle Ausschreibung. Und es gibt Mechanismen, die effizient sind, wie das Clark-Groves-Mechanismus.

8 Asymmetrische Auktionen

8.1 Einleitung

In unserer bisherigen Analyse der Erstpreisausschreibung haben wir uns stark am Grundmodell von Kapitel 3 orientiert. Die Annahmen des symmetrischen, unabhängige, private Werte Modells wurden schon in einer Vielzahl von Aufsätzen gelockert und untersucht. In diesem Kapitel werden wir uns auf *eine* dieser Annahmen konzentrieren: Die Symmetrie-Annahme. Wir verallgemeinern das symmetrische Modell und nehmen neu an, dass die Verteilungen der Wertschätzungen eines Bieters, bzw. der Kosten einer Firma, unterschiedlich sein können.
Das daraus resultierende Modell asymmetrischer Bieter ist Gegenstand der aktuellen Forschung. Weil es eine grössere Variation des ökonomischen Umfelds ermöglicht, gibt es schon einige Arbeiten, welche auf das asymmetrische Modell eingehen. Allerdings gibt es aufgrund der Komplexität der Analyse dieses Modells noch relativ wenige Resultate. So wurde z.B. noch *nicht* bewiesen, dass auch im asymmetrischen Modell der Erstpreisauktion die Bieter umso aggressivere Gebote abgeben, je mehr Auktionsteilnehmer vorhanden sind. Dieses Resultat ist eines der wichtigsten Ergebnisse des symmetrischen Modells und ist in dieser Arbeit das Hauptargument, welches für eine Liberalisierung des Submissionswesens spricht. Wir erkennen daher schon beim Fehlen eines solch grundlegenden Resultates, dass die Erforschung der asymmetrischen Modelle noch nicht weit fortgeschritten ist.
Obwohl asymmetrische Auktionen noch sehr unerforscht sind, können wir auf keinen Fall behaupten, dass dieses Modell für die Praxis irrelevant wäre. Im Gegenteil, es entspricht eher der Realität und hat einen wesentlichen Einfluss auf das Bietverhalten. Wir können uns dies klar anhand des öffentlichen Beschaffungswesens veranschaulichen.
Bei der Ausschreibung eines Auftrags bewerben sich oft unterschiedliche Typen von Firmen. Es gibt zum Beispiel grosse gesamtschweizerisch tätige Aktiengesellschaften mit Tausenden von Angestellten und einem grossen Eigenkapital. Für denselben Auftrag bemühen sich aber üblicherweise auch kleine regional tätige Firmen, welche oft im Familienbesitz sind. Weiter bieten auch kleine Ingenieursbetriebe mit. Sie beziehen ihre Arbeitskräfte und Maschinen extern.
In einem solchen Fall werden die Bieter nicht annehmen, dass alle gleich sind. Als Ökonomen haben wir eher die Vorstellung, dass die grossen Firmen bei grossen Aufträgen aufgrund von Skalenerträgen eher billiger anbieten können als die kleinen, und somit in einem gewissen Sinne stärker sind. Andererseits vermuten wir, dass die hohen administrativen Kosten bei grossen Firmen das Bieten für kleine Aufträge verteuern. Für das optimale Bieten einer

einzelnen Firma ist es wesentlich, ob ihre Konkurrenten stark oder schwach sind.
Eine weitere Motivation der asymmetrischen Ausschreibungen ist das Vorhandensein von verschiedenen Klassen von Bieter in einem Markt. So gilt im öffentlichen Beschaffungswesen, dass neben den einheimischen Firmen auch Unternehmen aus einem anderen Kanton oder einem anderen Land mitbieten dürfen. Hierbei ist das Lohnniveau in der auswärtigen, bzw. ausländischen Region typischerweise verschieden. Auch müssen die auswärtigen Firmen wegen der längeren Distanz zur Arbeitsstätte höhere Transportkosten aufwenden. Die Bieter sollten bei ihrem Angebot die unterschiedlichen Klassen der Konkurrenten berücksichtigen.
Die Asymmetrien spielen auch eine Rolle bei komplexere Entscheide. So kann sich eine Firma im Beschaffungswesen überlegen, ob sie Investitionen in neue Maschinen tätigen sollte. Die Investition würde implizieren, dass sie die Staatsaufträge günstiger bewältigen könnte. Dies wiederum würde zu einer Veränderung der Asymmetrie führen und die Firma müsste die veränderten Firmengebote berücksichtigen, um zu entscheiden ob sie die Investitionen tätigen sollte.
Auch bei Kollusion tritt auf natürliche Art eine Asymmetrie auf. Wenn sich zwei Firmen zusammenschliessen, dann werden sie sich intern optimalerweise dazu entscheiden, dass diejenige Firma den Auftrag ausführt, welche die geringeren Kosten hat. Für die mitbietenden Firmen wäre daher nicht die Verteilung der einzelnen Kosten wesentlich, sondern die Verteilung der geringeren der beiden Kosten. Selbst wenn in der ursprünglichen Situation alle Firmen symmetrisch wären, würde aufgrund eines solchen Zusammenschlusses eine Asymmetrie entstehen. Bei der Entscheidung, ob sich Firmen zusammenschliessen sollten, müssen sie demnach schon die Effekte der Asymmetrie berücksichtigen.
Die Asymmetrien erlauben eine weitere Dimension der Wettbewerbsintesität innerhalb einer Auktion zu erfassen. Neben der Anzahl der Teilnehmer in einer Auktion wird das Bietverhalten von der „Stärke“ der Konkurrenten abhängen.[102] Wir haben die Intuition, dass eine stärkere Firma, welche üblicherweise geringere Kosten hat, ihre Konkurrenten zwingt, aggressiver zu bieten. Dieser Zusammenhang ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass eine stärkere Firma einen höheren Wettbewerb impliziert.
In diesem Kapitel werden wir in Abschnitt 8.2 zunächst den Stand der ökonomischen Literatur auf dem Gebiet der asymmetrischen Auktionen präsentieren. Um die Problematik bei der Analyse der asymmetrischen Auktionen aufzeigen zu können, wird dann in Abschnitt 8.3 die Analyse der symmetrischen Erstpreisauktion vorgestellt. Wir können in diesem Abschnitt zeigen, weshalb die Lösungsmethode, welche beim symmetrischen Modell verwendet wird,

[102]Die genauen Definitionen von „schwach“ und „stark“ werden im nächsten Abschnitt 8.2 beschrieben.

nicht auf den asymmetrischen Fall übertragbar ist.
In den weiteren Abschnitten konzentrieren wir uns auf ein spezielles asymmetrisches Modell, in welchem die Bieter ihre Wertschätzungen aus einer Gleichverteilung ziehen. In Abschnitt 8.4 erörtern wir das Zwei-Bieter-Modell. Wir behandeln in Abschnitt 8.4.2 ein schon von Maskin und Riley (2000a) behandeltes Modell. Als Erweiterung zu Maskin und Riley (2000a) zeigen wir, wie das Gleichgewicht berechnet werden kann. Diese Herleitung dient uns dann als Grundlage für die Analyse der beiden nächsten Modelle. In Abschnitt 8.4.3 verallgemeinern wir das Maskin/Riley-Modell, so dass wir die Effekte zeigen können, wie sich die Stärke der Bieter auf ihr Bietverhalten auswirkt. In Abschnitt 8.5 erweitern wir das Modell auf n schwache und einen starken Bieter. Nebst der komparativen Statik des vorherigen Modells, zeigen wir in diesem auch, dass die Auktionsteilnehmer umso aggressiver bieten, je mehr Konkurrenten vorhanden sind.

8.2 Literaturübersicht

Die Literatur der asymmetrischen Auktionen beginnt mit der Arbeit von Vickrey (1961). Nebst der Lösung der symmetrischen Erstpreisauktion für n Bieter mit gleichverteilten Wertschätzungen versucht Vickrey auch eine asymmetrische Erstpreisauktion mit zwei Bietern und gleichverteilten Wertschätzungen zu lösen. Er stösst dabei auf typische Schwierigkeiten des asymmetrischen Modells: „While equation (16) is now a relatively simple differential equation involving only $z_2(x)$, $z_2'(x)$, and x, it resists solution by analytical methods …“ (Vickrey (1961), S. 33).
Obwohl die Lösung des Gleichgewichts beim asymmetrischen Modell nicht gelingt, kann Vickrey (1961) zumindest das wichtige Resultat zeigen, dass die asymmetrische Erstpreisauktion im Gegensatz zur asymmetrischen Zweitpreisauktion ineffizient ist. Weiter untersucht Vickrey ein Zwei-Bieter-Modell, in dem die Wertschätzung des einen Bieters bekannt ist, während die Wertschätzung des anderen aus einer Gleichverteilung gezogen wird. Er zeigt, dass ein Gleichgewicht in reinen Strategien nicht existiert. Er leitet ferner ein Gleichgewicht her, in welchem der Bieter mit der bekannten Wertschätzung sein Gebot über ein Intervall mischt.
Eine leicht abgeänderte Version dieses letzten Beispiels, nämlich wenn die sichere Wertschätzung des ersten Bieters genau 0 ist, wird später in Lebrun (1996) angeführt, um zu belegen, dass es Fälle gibt, in denen kein Gleichgewicht existiert (nicht einmal ein Gleichgewicht in gemischten Strategien). Lebrun beweist, dass es ein Gleichgewicht gibt, wenn die Regeln der

Erstpreisauktion nur geringfügig geändert werden.[103] Er schlägt vor, dass die Bieter nebst dem Gebot noch eine weitere Zahl angeben müssen. Diese Zahl dient nur dazu im Falle eines gleichhohen Gebots den Gewinner zu bestimmen (nämlich den Bieter, der die höhere Zahl angegeben hat). Erst wenn auch diese Zahl gleich hoch ist, wird zufällig zwischen beiden Bietern ausgewählt. Diese Variation löst das Gleichgewichtsproblem im angegebenen Beispiel, weil der Bieter mit der Wertschätzung 0 ein Gebot 0 angeben wird, und nichts dagegen hat, wenn er dann die Auktion doch verliert, weil er im Falle eines Gewinnes gleich gut gestellt ist wenn er verlieren würde. Lebrun zeigt, dass diese erweiterte Erstpreisauktion ein Gleichgewicht hat.

Weitere Arbeiten, die sich ausschliesslich mit dem Existenz-Problem in der Erstpreisauktion beschäftigen, sind Maskin und Riley (2000b) , Simon und Zame (1999) und Jackson und Swinkels (1999).[104]

Die grundlegende Arbeit über optimale Auktionen von Myerson (1981) beschränkt sich nicht auf symmetrische Auktionen. So wissen wir seit dieser Arbeit, wie der optimale Mechanismus mit asymmetrischen Bietern aussieht. Wesentlich ist, dass ein gewinnmaximierender Verkäufer die Bieter diskriminierend behandeln sollte. Im regulären Fall[105] kann der optimale Mechanismus durch eine Zweitpreisauktion implementiert werden, in welcher die Bieter einen Mindestpreis einhalten müssen, der umso höher liegt, je stärker der Bieter ist.

Eine interessante Implikation für das Submissionswesen führen McAfee und McMillan (1989) auf. Sie untersuchen ein Ausschreibungsmodell, in welchem Bieter aus zwei Regionen mitbieten. Die Verteilung der Bieter hat dieselbe Form, liegt aber je nach Region auf einen anderen Definitionsbereich. Anhand der Überlegungen aus der Arbeit von Myerson (1981) sollten die Firmen aus der Region mit den höheren Durchschnittskosten von einer kostenminimierenden Beschaffungsstelle bevorteilt werden. Die Intuition des Zusammenhangs ist folgendermassen: Bieter mit höheren Durchschnittskosten werden den Bietern mit geringeren Durchschnittskosten in einer Ausschreibung verhältnismässig wenig Konkurrenz bieten. Die Firmen aus der günstigeren Region können höhere Gebote einreichen, weil diese von den Unternehmen aus der teueren Region mit grosser Wahrscheinlichkeit nicht unterboten werden. Wenn nun die Bieter mit hohen Durchschnittskosten im Verfahren bevorteilt werden, wird denjenigen mit tiefen Durchschnittskosten künstlich Konkurrenz geschaffen. Die

[103] Es werden noch weitere Bedingungen vorausgesetzt, wie z.B. die Annahme, dass die Definitionsbereiche der Dichtefunktionen denselben Minimalwert haben, und dass dieser kein Massenpunkt ist.

[104] Die beiden letztgenannten Papiere wurden vereint in Jackson et al. (2001).

[105] Im regulären Fall nimmt Myerson (S.66) an, dass die Verteilungsfunktionen eine analoge „monotone hazard rate function property“ erfüllt, wie sie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben wurde.

starken Firmen sehen sich daher veranlasst tiefer zu bieten, um die Ausschreibung noch zu gewinnen.
Gegenüber der optimalen Verfahren mit symmetrischen Bietern führt das Verfahren hier zu einer neuen Ineffizienz. Es kann immer noch geschehen, dass keine Firma den Auftrag gewinnt, obwohl die Kosten einiger Firmen unter dem Wert liegt, den das Projekt für die Gesellschaft hat. Weiter kann es vorkommen, dass nicht die kostengünstigste Firma den Auftrag erhält. Ein schwacher Bieter kann nämlich den Auftrag gewinnen, weil er durch das Verfahren bevorteilt wurde.
Die Implementation des optimalen Verfahrens in der Praxis ist wegen des rechtlich geltenden Diskriminierungsverbots nicht möglich. Nebst den erwähnten Ineffizienzen kann das Verfahren darüber hinaus aus anderen Gründen unerwünscht sein. Die Befürchtung ist, dass die Submissionsstelle auswärtige Firmen diskriminiert, um die einheimischen Firmen vor einem erhöhten Wettbewerb zu schützen. Sie könnten dabei immer argumentieren, dass sie versuchen ihre erwarteten Kosten zu minimieren.
Die neuere Literatur zu den asymmetrischen Auktionen konzentriert sich vor allem auf eine Charakterisierung des Nash-Gleichgewichts für eine Erstpreisauktion. Die grundlegende Arbeit in diese Richtung stammt von Maskin und Riley (2000a). Maskin und Riley untersuchen eine Auktion mit zwei Bietern. Sie definieren als Erste den Begriff der „Stärke“ eines Bieters.
Ihre Definition basiert auf den Begriff der „bedingten stochastischen Dominanz ersten Grades“. Bei der Erläuterung dieses Begriffes gehen die Autoren von zwei Verteilungsfunktionen $F_w(\cdot)$ und $F_s(\cdot)$ aus. Eine Verteilung $F_i(\cdot)$ hat als Träger den Bereich $[\underline{v}_i, \bar{v}_i]$, wobei $0 \leq \underline{v}_i < \bar{v}_i$. Sie gehen weiter davon aus, dass die beiden Verteilungsfunktionen zwei Mal differenzierbar sind und dass die Dichtefunktion $f_i(\cdot) = F_i'(\cdot)$ auf ihrem Definitionsbereich $[\underline{v}_i, \bar{v}_i]$ strikt positiv sind.
Bevor wir auf den Begriff der bedingten stochastischen Dominanz eingehen, möchten wir den leichter verständlicheren Begriff der „Stochastischen Dominanz ersten Grades“ definieren.

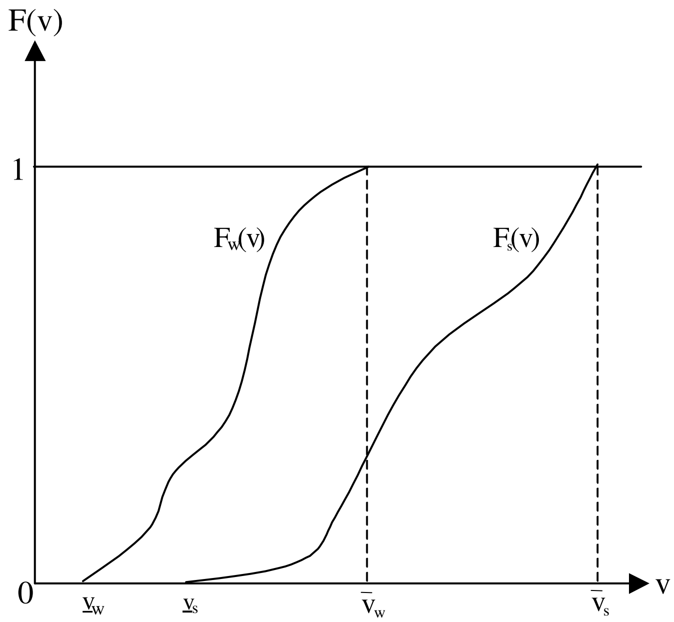
Definition 10 (Stochastische Dominanz ersten Grades) *Eine Verteilungsfunktion $F_s(\cdot)$ dominiert eine Verteilungsfunktion $F_w(\cdot)$ im Sinne der stochastischen Dominanz ersten Grades, wenn die folgende Eigenschaft gilt:*

$$F_w(v) > F_s(v), \forall v \in [\min \underline{v}_w, \underline{v}_s, \max \bar{v}_w, \bar{v}_s]. \tag{29}$$

Diese unbedingte stochastische Dominanz bedeutet nur, dass die Verteilungsfunktion des starken Bieters, $F_s(\cdot)$, in der Abbildung 7 rechts von der Verteilungsfunktion des schwachen

Bieters, $F_w(\cdot)$, liegt. Somit wird beim starken Bieter ein grösseres Gewicht bei den höheren Werten unterstellt.[106]

Abbildung 7: Stochastische Dominanz ersten Grades



Die Eigenschaft (29) impliziert, wie auch in der Abbildung leicht erkennbar, dass $\underline{v}_w \leq \underline{v}_s$ und $\bar{v}_w \leq \bar{v}_s$.

Die von Maskin und Riley benutzte bedingte Dominanz wird uns jetzt durch Analogie zur Ungleichung (29) leichter verständlich sein.

Definition 11 (Bedingte stochastische Dominanz ersten Grades) *Eine Verteilungsfunktion $F_s(\cdot)$ dominiert eine Verteilungsfunktion $F_w(\cdot)$ im Sinne der bedingten stochastischen Dominanz ersten Grades, wenn die folgende Eigenschaft gilt:*

$$\Pr\{\tilde{v}_s < x \,|\tilde{v}_s < y\} = \frac{F_s(x)}{F_s(y)} < \frac{F_w(x)}{F_w(y)} = \Pr\{\tilde{v}_w < x \,|\tilde{v}_w < y\}, \forall x < y \ in \ (\underline{v}_s, \bar{v}_s). \quad (30)$$

Anstatt, dass sich auf beiden Seiten der Ungleichung nur Wahrscheinlichkeiten wie in Ungleichung (29) befinden, haben wir in Ungleichung (30) bedingte Wahrscheinlichkeiten. Dies erklärt den zusätzlichen Teil „bedingte“ im Namen dieser Eigenschaft.

[106] Wir beziehen uns in diesem Kapitel stets auf den Auktionsfall, in welchem ein Verkäufer potentiellen Käufern gegenüber steht.

Wenn wir $y = \bar{v}_s$ einsetzen, erhalten wir die Bedingung der unbedingten stochastischen Dominanz für den Bereich $(\underline{v}_s, \bar{v}_s)$.
Wir können die Ungleichung (30) umwandeln zur Bedingung:

$$\frac{F_s(x)}{F_w(x)} < \frac{F_s(y)}{F_w(y)}, \forall x < y \text{ in } (\underline{v}_s, \bar{v}_s).$$

Diese Ungleichung sagt aus, dass die Funktion $\frac{F_s(v)}{F_w(v)}$im Bereich $(\underline{v}_s, \bar{v}_s)$ steigend in v ist. Da die Verteilungsfunktionen differenzierbar sind können wir diese Eigenschaft auch folgendermassen angeben:

$$\frac{d}{dv}\frac{F_s(v)}{F_w(v)} > 0, \forall x < y \text{ in } (\underline{v}_s, \bar{v}_s).$$

Dies ist die Bedingung, welche Maskin und Riley beim Vergleich der Stärke von zwei Bietern benutzen. Ein Bieter s wird nun stärker als ein Bieter w genannt, falls die Verteilungsfunktion des Bieters s, $F_s(\cdot)$, die Verteilungsfunktion des Bieters w, $F_w(\cdot)$, im Sinne der bedingten stochastischen Dominanz dominiert.[107]
Maskin und Riley untersuchen ein Modell, in welchem ein schwacher Bieter auf einen starken Bieter trifft. Es gelingt ihnen unter anderem das wichtige Resultat zu zeigen, dass der schwache Bieter aggressiver[108] bietet als der starke.
Um weitere Ergebnisse zur komparativen Statik zu erzielen, betrachten Maskin und Riley drei spezielle Formen der Asymmetrie („distribution shifts“, „distribution stretches“ und „shifts of probability mass to the lower end point“). Bei der ersten Asymmetrie entspricht die Verteilungsfunktion des starken Bieters der nach rechts verschobenen Verteilungsfunktion des schwachen Bieters.[109] In der zweiten Asymmetrie wird die Verteilungsfunktion des schwachen Bieters gleichmässig gestreckt.[110] In der dritten Asymmetrie wird die Verteilungsfunktion des schwachen Bieters aus der Verteilungsfunktion des starken Bieters gewonnen, indem wir gleichmässig Wahrscheinlichkeitsmasse auf den unteren Rand verschieben.[111]
Bei den ersten beiden Asymmetrien zeigen Maskin und Riley, dass eine Zweitpreisauktion einen höheren erwarteten Erlös impliziert als eine Erstpreisauktion. Sie beweisen auch, dass

[107] S. Fussnote 106.

[108] D.h. in einer normalen Auktion würde er ein höheres und in einer Ausschreibung eines Staatsauftrags ein tieferes Gebot einreichen.

[109] Der Verschiebungsbetrag sei mit a gekennzeichnet. Dann gilt $F_s(v) = F_w(v - a)$.

[110] Der Streckungsfaktor sei $k > 1$. Dann gilt $F_s(v) = F_w\left(\frac{v}{k}\right)$.

[111] Die Wahrscheinlichkeitsmasse, die auf den unter Rand verschoben wird, sei c. Dann gilt $F_w(v) = c + (1 - c) \cdot F_s(v)$.

im Gegensatz dazu bei der dritten Art der Asymmetrie aus der Erstpreisauktion ein höherer Erlös folgt.

Einen unterschiedlichen Vergleich unternimmt Cantillon (2000). Auch sie untersucht eine Auktion mit zwei Bietern. Dabei interessiert sie der Vergleich einer asymmetrischen Auktion mit einer symmetrischen Auktion, in welcher derselbe erwartete Überschuss vorhanden ist.[112] Cantillon zeigt, dass der erwartete Erlös einer Zweitpreisauktion im symmetrischen Fall höher ist als im asymmetrischen Fall. Sie vermutet, dass dasselbe Resultat auch für die Erstpreisauktion gilt und zeigt dies für Spezialfälle.[113]

Die Arbeit von Maskin und Riley (2000a) wurde von Lebrun in mehreren Aufsätzen erweitert.[114] Lebrun (1998) führt eine komparative Statik durch, welche durch das Resultat von Maskin und Riley (2000a), dass der schwache Bieter aggressiver als der starke bietet, suggeriert wird. Lebrun untersucht zwei Situationen in einer Erstpreisauktion mit zwei Bietern. In beiden hat der erste Bieter dieselbe Verteilung $F_1(\cdot)$. Der zweite Bieter hat in der ersten Situation die Verteilung $F_2(\cdot)$ und in der zweiten Situation die Verteilung $\tilde{F}_2(\cdot)$, wobei $\tilde{F}_2(\cdot)$ die Verteilung $F_2(\cdot)$ im Sinne der bedingten stochastischen Dominanz ersten Grades dominiert. Mit diesem Modell gelingt es Lebrun zu zeigen, dass ein Bieter umso aggressiver bietet, je stärker sein Konkurrent ist.

Weiter charakterisiert Lebrun (1999a) das Gleichgewicht einer asymmetrischen Erstpreisauktion mit n Bietern.[115] Um das Modell noch mathematisch handhabbar zu machen, unterstellt er nur die Restriktion, dass die Verteilungsfunktionen der Bieter denselben Definitionsbereich haben. Lebrun zeigt, dass ein Gleichgewicht existiert (Lebrun (1999a)), und dass dieses eindeutig ist (Lebrun (1999b)). Lebrun (1999a) verallgemeinert auch das Maskin/Riley-Resultat: Auch mit n Teilnehmern gilt, dass ein schwacher Bieter ein aggressiveres Gebot abgibt als ein starker.

Die Resultate in dieser Arbeit können in diesem letzten Zweig der Literatur eingegliedert werden. Wir beschränken uns auf asymmetrische Auktionen mit gleichverteilten Wertschätzungen, um weiterreichende Resultate herzuleiten. Wir zeigen, dass die komparative Statik von Lebrun (1998) auch für ein Modell mit n Bietern gezeigt werden kann: Ein Bieter bietet aggressiver je stärker seine Konkurrenten sind. Weiter kann auch das Umkehr-Resultat ge-

[112] Das heisst, der Erwartungswert der höchsten Wertschätzung ist derselbe. Insbesondere wählt Cantillon die spezifische symmetrische Verteilung als $F(v) = \sqrt{F_1(v) F_2(v)}$.

[113] In der angegebenen Version des Working Papers konnte sie das allgemeine Resultat noch nicht beweisen.

[114] Obwohl das Papier von Maskin und Riley erst im Jahre 2000 veröffentlicht wurde, war es als Working Paper schon einige Jahre früher im Umlauf.

[115] Die Beweise zu den Resultaten finden sich in Lebrun (1997).

zeigt werden: Ein Bieter bietet aggressiver je schwächer er selbst ist. Es gelingt uns auch das Resultat der symmetrischen Auktion für eine asymmetrische Auktion zu zeigen, dass ein Bieter umso aggressiver bietet, je mehr Konkurrenten in der Auktion teilnehmen.[116]

8.3 Symmetrische Erstpreisauktion

In diesem Abschnitt leiten wir die schon aus Kapitel 3.3.2 bekannte Bietfunktion im Gleichgewicht einer symmetrischen Erstpreisauktion her. Diesmal jedoch wenden wir nicht das Erlösäquivalenz-Theorem[117] an, da dieses nicht für die ineffizienten asymmetrische Auktionen gilt. Diese alternative Herleitung wird als Grundlage für die Analyse der asymmetrischen Erstpreisauktion dienen. Ausserdem können wir anhand der Analyse der symmetrischen Erstpreisauktion schon sehr schön die Problematik bei den asymmetrischen Auktionen hervorheben.

8.3.1 Das Modell

Das Modell, das wir hier betrachten, bezieht sich wie in diesem gesamten Kapitel auf eine Auktion und nicht auf eine Ausschreibung. Die Resultate sind aber bekanntlich direkt übertragbar. Es gelten die Annahmen des symmetrischen unabhängige, private Werte Modells, wobei wir hier speziell die Verteilungen und die Nutzenfunktionen hervorheben wollen. Im Modell gibt es n Bieter $i = 1, \ldots, n$, die eine zufällige Wertschätzung v_i für das versteigerte Objekt haben. Wir nehmen an, dass alle Wertschätzungen aus derselben Verteilung gezogen werden:

$$v_i \sim F(\cdot), \forall i = 1, \ldots, n.$$

Der Definitionsbereich der Verteilungsfunktion sei $T = [0, \overline{v}]$ und die entsprechende Dichtefunktion sei $f(\cdot)$. Es gilt: $F(0) = 0$. Alle Bieter kennen nur ihre eigene Wertschätzung. Darüber hinaus haben sie Kenntnis über die Verteilung aller Wertschätzungen und wissen, dass diese Information „common knowledge“ ist.

Falls ein Bieter i das Objekt gewinnt, muss er das eigene Gebot b_i bezahlen. Daher sieht seine Nutzenfunktion folgendermassen aus:

[116] Dieses wichtige Resultat wurde bisher in der Literatur noch in keinem asymmetrischen Modell bewiesen.

[117] Im Fall einer Submission hatten wir das Kostenäquivalenz-Theorem benützt, welches nur die Übertragung des Erlösäquivalenz-Theorems auf unser Modell ist.

$$u_i = \begin{cases} v_i - b_i, & \text{falls } i \text{ die Auktion gewinnt} \\ 0, & \text{falls } i \text{ die Auktion nicht gewinnt.} \end{cases}$$

8.3.2 Analyse

Wir suchen das Bayesianische Gleichgewicht der Erstpreisauktion. Die Vorgehensweise in diesem Abschnitt orientiert sich an der Arbeit von Matthews (1995). Vereinfachend nehmen wir drei Vermutungen an, welche die Bietfunktionen im Gleichgewicht erfüllen sollen:

Vermutung 1 *Die Bietstrategien sind symmetrisch:* $b_i^* (v) = b^* (v), \forall i = 1, \ldots, n$.

Vermutung 2 *Die Bietfunktionen sind differenzierbar.*

Vermutung 3 *Die Bietfunktionen sind strikt steigend:* $b^{*\prime} (v) > 0, \forall v \in T$.

Es handelt sich bei diesen Vermutungen um Eigenschaften, welche uns ohne grössere Kenntnisse intuitiv erscheinen, und es kann sogar bewiesen werden, dass diese Vermutungen im Gleichgewicht gelten müssen (siehe Lebrun (1999a)). Die Beweisführung würde für unsere Zwecke aber zu weit gehen.
Wir werden nun aufgrund dieser Grundannahmen ein Gleichgewicht herleiten. Am Ende unserer Ausführungen werden wir zeigen, dass das hergeleitete Gleichgewicht auch tatsächlich diese Eigenschaften erfüllt. Erst dann ist die Herleitung des Gleichgewichts konsistent. Dieser letzte Schritt, die Bestätigung der Grundannahmen, ist somit auch gleichzeitig ein Beweis, dass ein Gleichgewicht existiert.
Als eine weitere nützliche Eigenschaft des Gleichgewichts erweist sich folgende: Ein Bieter mit dem tiefsten Typ $v_i = 0$ wird im Gleichgewicht das Gebot $b^* (0) = 0$ einreichen.
Ein geringeres Gebot ist ausgeschlossen. Nehmen wir beispielsweise an, dass $b^* (0) = -\varepsilon < 0$. Weil die Bietfunktion stetig ist, muss es ein Typ $\delta > 0$ geben, der im Gleichgewicht ein Gebot $b^* (\delta) < -\frac{\varepsilon}{2}$ bietet. Ein Bieter mit dem Typ $v_i = 0$ wird im Gleichgewicht mit Sicherheit die Ausschreibung verlieren, weil die Wahrscheinlichkeit, dass alle Bieter vom Typ 0 sind, 0 ist, da $F (0) = 0$. Daher ist sein erwarteter Nutzen im Gleichgewicht 0. Wenn der Bieter mit dem Typ 0 hingegen von der Gleichgewichtsstrategie abweicht und das Gebot $b (0) = -\frac{\varepsilon}{2}$ bietet, dann würde er die Auktion mit positiver Wahrscheinlichkeit gewinnen. Dies folgt daraus, dass $b^* (\delta) < -\frac{\varepsilon}{2}$. Im Falle des Sieges hat er einen Nutzen von $u_i = \frac{\varepsilon}{2}$. Der erwartete Nutzen beim Abweichen ist somit grösser als der Nutzen, wenn er die Gleichgewichtsstrategie spielt. Somit kann es sich bei der Bietfunktion $b^* (v)$ nicht um eine Gleichgewichtsstrategie handeln.

Auch ein grösseres Gebot ist im Gleichgewicht nicht möglich. Nehmen wir beispielsweise an, dass $b^*(0) = \varepsilon > 0$. Da die Bietfunktion steigend ist, wird ein Bieter mit dem Typ $\delta < \varepsilon$ ein höheres Gebot als ε einreichen. Da alle anderen Bieter eine geringere Wertschätzung als δ haben können, wird der Bieter mit dem Typ δ mit einer positiven Wahrscheinlichkeit gewinnen und in diesem Falle einen Verlust erzielen ($\delta - b^*(\delta) < \delta - \varepsilon < 0$). Also könnte dieser Bieter eine bessere Strategie wählen, indem er bei diesem Typ das Gebot 0 einreichen würde. Somit kann unsere Annahme $b^*(0) = \varepsilon > 0$ im Gleichgewicht nicht gelten.
Da die Bietfunktion differenzierbar und strikt steigend ist, gibt es eine inverse Bietfunktion. Wir definieren

$$\phi^*(b) = b^{*-1}(b).$$

Die inverse Bietfunktion $\phi^*(b)$ gibt an, welcher Typ das Gebot b im Gleichgewicht einreicht. Gegeben, dass die übrigen Bieter gemäss ihrer Gleichgewichtsstrategie bieten, wird ein Bieter i mit dem Typ v, der das Gebot b einreicht folgenden erwarteten Nutzen erzielen:

$$U(b,v) = (v-b)\,F(\phi^*(b))^{n-1}.$$

Falls er gewinnt, hat er den Nutzen $(v-b)$ und er wird dann gewinnen, wenn alle anderen Bieter ein geringeres Gebot einreichen, was mit der Wahrscheinlichkeit $F(\phi^*(b))^{n-1}$ geschieht. Damit die Bietfunktion $b^*(v)$ eine Gleichgewichtsstrategie ist, muss sie für jeden Wert v den erwarteten Nutzen maximieren. Die Ableitung des erwarteten Nutzens ist

$$\frac{\partial}{\partial b}U(b,v) = -F(\phi^*(b))^{n-1} + (n-1)(v-b)\,F(\phi^*(b))^{n-2}\,f(\phi^*(b))\,\phi^{*\prime}(b). \tag{31}$$

Nun gibt es zwei mögliche Wege, um zu versuchen das Gleichgewicht herzuleiten. Wir können in der Bedingung erster Ordnung die Bietfunktion oder die inverse Bietfunktion einsetzen. In der klassischen Herleitung des Gleichgewichts bei symmetrischen Auktionen (wie z.B. in Matthews (1995)) wurde stets die Bietfunktion selber eingesetzt, weil dies beim Lösen keine Probleme verursachte. Erst bei der Analyse der asymmetrischen Auktion (wie z.B. in Maskin und Riley (2000a)) wurde festgestellt, dass dieser Weg in diesem Fall nicht funktioniert. Deshalb wird bei asymmetrischen Bietern stets die inverse Bietfunktion eingesetzt. Wir werden hier beide Wege aufzeigen, um die Unterschiede und die Probleme deutlich aufzeigen zu können.

8.3.3 Der klassische Lösungsweg

Im klassischen Lösungsweg fügen wir in der Bedingung erster Ordnung die Bietfunktion des Gleichgewichts ein. Daher lautet die Bedingung erster Ordnung gemäss Gleichung (31)

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial b}U\left(b^*\left(v\right),v\right) &= -F\left(\phi^*\left(b^*\left(v\right)\right)\right)^{n-1}+\left(n-1\right)\left(v-b^*\left(v\right)\right) \\ &\quad \cdot F\left(\phi^*\left(b^*\left(v\right)\right)\right)^{n-2}f\left(\phi^*\left(b^*\left(v\right)\right)\right)\phi^{*\prime}\left(b^*\left(v\right)\right)\overset{!}{=}0. \qquad (32)\end{aligned}$$

Da wir wissen, dass $\phi^*(\cdot)$ die Inverse von $b^*(\cdot)$ ist, können wir folgende bekannte Eigenschaften in die Gleichung (32) einfügen:

$$\phi^*\left(b^*\left(v\right)\right)=v \text{ und } \phi^{*\prime}\left(b^*\left(v\right)\right)=\frac{1}{b^{*\prime}\left(v\right)}.$$

Wir erhalten dann nach einer kurzen Umformung die Differentialgleichung

$$b^{*\prime}\left(v\right)=\frac{\left(n-1\right)\left(v-b^*\left(v\right)\right)f\left(v\right)}{F\left(v\right)}, \qquad (33)$$

welche in einem Nash-Gleichgewicht mit der Randbedingung $b^*(0)=0$ gelten muss. Es ist nun genau dieser letzte Schritt, der bei den asymmetrischen Auktionen nicht mehr durchgeführt werden kann, weil dort in der Bedingung erster Ordnung üblicherweise Terme der Form $\phi_i^*\left(b_j^*\left(v\right)\right)$, mit $j\neq i$, stehen, welche sich nicht zu v kürzen lassen. Die daraus entstehenden Gleichungen sind deshalb keine Differentialgleichungen mehr.

Wir sollten hier einige Anmerkungen zur Differentialgleichung (33) anfügen. Wir sehen, dass die rechte Seite der Gleichung (33) an der Stelle $(b,v)=(0,0)$ nicht definiert ist, da der Nenner und der Zähler an dieser Stelle 0 betragen. Weiter können wir auch zeigen, dass dieser rechte Term an der Stelle $(0,0)$ auch nicht stetig ist. Hierzu berechnen wir den Grenzwert dieses Terms, wenn wir uns entlang des Pfades (av,v) an die Stelle $(0,0)$ nähern:

$$\begin{aligned}\lim_{v\to 0}\frac{\left(n-1\right)\left(v-av\right)f\left(v\right)}{F\left(v\right)} &= (\mathrm{n}-1)\,f\left(0\right)\lim_{v\to 0}\frac{\left(v-av\right)}{F\left(v\right)} \\ &= (\mathrm{n}-1)\,f\left(0\right)\lim_{v\to 0}\frac{\left(1-a\right)}{f\left(v\right)} \\ &= \left(n-1\right)\left(1-a\right),\end{aligned}$$

wobei im zweiten Schritt die Regel von de l'Hospital verwendet wurde. Wir sehen, dass sich der Grenzwert mit dem Parameter a ändert, so dass der Term an der Stelle $(0,0)$ nicht stetig ist.

Die Eigenschaften, dass die Differentialgleichung am Startpunkt definiert ist und dass die rechte Seite derselben im gesamten Definitionsbereich stetig ist, sind Grundbedingungen für die üblichen mathematischen Beweisen der Existenz einer Lösung der Differentialgleichung.

Im Allgemeinen können wir a priori bei einer Differentialgleichung, welche diese Bedingungen nicht erfüllt, nicht wissen, ob diese eine Lösung hat. Dies ist insbesondere dann problematisch, wenn die Eigenschaften eines Gleichgewichts mit Hilfe einer solchen Differentialgleichung genauer beschrieben werden. Die Aussagen gelten dann nur für den Fall, dass das Gleichgewicht tatsächlich existiert. Im Modell einer allgemeinen asymmetrischen Auktion wird der Existenzbeweis aus diesen Gründen stets eine besondere Bedeutung erlangen. Erstens sind die Beweismethoden nicht Standard. Zweitens gewinnen die übrigen Ergebnisse erst durch einen solchen Beweis an Sinn, denn sonst besteht immer die Gefahr, dass wir etwas beschreiben, was es gar nicht gibt.
Im Falle der Differentialgleichung (33) haben wir aber Glück. Wir können die rechte Seite zu einer bekannten Struktur umformen:

$$b^{*\prime}(v) = \frac{(n-1)\, v f(v)}{F(v)} - \frac{(n-1) f(v)}{F(v)} b^*(v).$$

Diese Differentialgleichung ist linear in der gesuchten Funktion $b^*(v)$ und wir wissen, wie man lineare Differentialgleichungen löst.[118] Bei einem asymmetrischen Modell werden wir dann nicht mehr solche günstige Umständen vorfinden.
Wir können die Gleichung mit $F(v)^{n-1}$ multiplizieren und umformen, um die folgende Gleichung zu erhalten:

$$F(v)^{n-1} b^{*\prime}(v) + (n-1) f(v) F(v)^{n-2} b^*(v) = (n-1)\, v f(v) F(v)^{n-2}.$$

Beide Seiten dieser Gleichung können von 0 bis v integriert werden, um folgende Gleichung zu erhalten:

$$F(v)^{n-1} b^*(v) = \int_0^v x (n-1) f(x) F(x)^{n-2}\, dx.$$

Diese letzte Gleichung kann nach unserer gesuchten Funktion aufgelöst werden:

$$\begin{aligned} b^*(v) &= \int_0^v x \frac{(n-1) f(x) F(x)^{n-2}}{F(v)^{n-1}} dx \\ &= v - \int_0^v \left(\frac{F(x)}{F(v)^1} \right)^{n-1} dx, \end{aligned} \tag{34}$$

wobei wir den zweiten Ausdruck partiell integriert haben, um den letzten Ausdruck zu erhalten.

[118] Wir benützen im Folgenden nicht die Standardmethode der Multiplikation mit einem Integrationsfaktor, weil die spezielle Form hier schon besonders für die direkte Integration geeignet ist.

Wir bemerken, dass dies ein ähnliches Ergebnis ist wie dasjenige, welches wir schon in Gleichung (11) hergeleitet hatten. Allerdings tauchen in jener Gleichung die Terme $(1 - F(\cdot))$ und sonstige kleine Unterschiede auf, weil es sich um eine Ausschreibung handelte.
Um hier noch ein Referenzresultat für die asymmetrische Modellen mit gleichverteilten Wertschätzungen zu haben, leiten wir die Bietfunktion für den Fall der Gleichverteilung her.
Bei gleichverteilten Wertschätzungen im Bereich $[0, \overline{v}]$ ist die Bietfunktion im Gleichgewicht durch folgende Funktion gegeben:

$$b^*(v) = \frac{n-1}{n} v.$$

Entsprechend ist die inverse Bietfunktion

$$\phi^*(b) = \frac{n}{n-1} b. \tag{35}$$

Das Resultat erhalten wir, wenn für die Verteilung $F(\cdot)$ in Gleichung (34) die spezielle Form der Gleichverteilung eingesetzt wird, also $F(v) = v/\overline{v}$. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} b^*(v) &= v - \int_0^v \frac{x^{n-1}}{v^{n-1}} dx \\ &= v - \frac{1}{v^{n-1}} \left[\frac{x^n}{n} \right]_0^v \\ &= v - \frac{v}{n} \\ &= \frac{n-1}{n} v. \end{aligned}$$

Um die ganze Herleitung des Gleichgewichts zu vervollständigen, müssen wir noch zeigen, dass die Vermutungen 1, 2 und 3, die wir zu Beginn angenommen haben, auch tatsächlich von der Bietfunktion in Gleichung (34) erfüllt werden. Insbesondere muss speziell gezeigt werden, dass die Bietfunktion steigend ist. Dies kann einfach durch Ableiten bestätigt werden. Es existiert damit ein Gleichgewicht.

8.3.4 Der alternative Lösungsversuch

Wir zeigen nun den alternativen Lösungsversuch. Da der klassische Lösungsweg nicht bei den asymmetrischen Auktionen angewendet werden kann, ist das folgende Vorgehen die Standardmethode bei asymmetrischen Auktionen.

Wir setzen in der Bedingung erster Ordnung die inverse Bietfunktion statt die Bietfunktion selber ein. Aus Gleichung (31) erhalten wir:

$$\frac{\partial}{\partial b} U\left(b, \phi^*\left(b\right)\right) = -F\left(\phi^*\left(b\right)\right)^{n-1} + \left(n-1\right)\left(\phi^*\left(b\right) - b\right) F\left(\phi^*\left(b\right)\right)^{n-2} f\left(\phi^*\left(b\right)\right) \phi^{*\prime}\left(b\right) \stackrel{!}{=} 0.$$

Nach einer kurzen Umformung erhalten wir die Differentialgleichung

$$\phi^{*\prime}\left(b\right) = \frac{F\left(\phi^*\left(b\right)\right)}{\left(n-1\right)\left(\phi^*\left(b\right) - b\right) f\left(\phi^*\left(b\right)\right)}, \tag{36}$$

welche mit der Anfangsbedingung $\phi^*\left(0\right) = 0$ gelten muss. Die Probleme bei diesem Vorgehen sind dieselben wie bei der klassischen Methode. Auch hier ist die rechte Seite der Differentialgleichung an der Stelle $(0,0)$ nicht definiert und nicht stetig. Die Probleme werden aber mit dieser Methode verschärft, weil die rechte Seite von Gleichung (36) keine lineare Form hat. Sie hat eine komplizierte nicht-lineare Form, von welcher keine allgemeine Lösungs-Methode bekannt ist. Wir wissen hier, dass eine Lösung existiert, weil mit der klassischen Methode eine gefunden wurde. Wäre dies nicht der Fall, wie bei den asymmetrischen Auktionen, dann würden die mathematische Standardmethoden nicht reichen, um das Gleichgewicht zu garantieren.

Wenn wir in der Differentialgleichung (36) für die Verteilung eine spezifische Form einsetzen, z.B. die Form der Gleichverteilung, erhalten wir die Chance, das Gleichgewicht mit besonderen Methoden zu finden. Für die Gleichverteilung ist dies tatsächlich der Fall. Diesen Umstand werden wir in den folgenden Kapiteln ausnützen, um eine Lösung in einer asymmetrischen Auktion zu finden.

In allgemeineren Modellen gibt es unter Umständen die Möglichkeit eines alternativen Beweises. Ein Beitrag von Lebrun (1997) besteht gerade in der Durchführung eines solchen für ein Modell mit mehreren Bietern, bei welchem die Verteilungsfunktionen der Bieter denselben Definitionsbereich haben. Er umgeht das Problem der Singularität am Startpunkt, indem er beim Ende beginnt. Er zeigt, dass ein Gleichgewicht die Eigenschaft erfüllen muss, dass alle Bieter mit dem höchsten Typ dasselbe höchste Gebot einreichen. Lebrun beschreibt Lösungen eines Differentialgleichungssystem mit mehreren solchen Endwerten. Er zeigt dann, dass es mindestens einen Höchstgebot gibt, bei welchem die Lösung die Eigenschaft besitzt, dass die Bietfunktionen durch den Startpunkt gehen.

8.4 Ein asymmetrisches Modell mit zwei Bietern

8.4.1 Allgemeines Zwei-Bieter-Modell

In diesem Abschnitt untersuchen wir eine asymmetrische Auktion mit zwei Bietern. Da bisher noch keine Methode bekannt ist, wie das Gleichgewicht für allgemeine Verteilungsfunktionen gelöst werden kann, werden wir in den Unterabschnitten 8.4.2 und 8.4.3 ein Modell lösen, in welchem die Bieter ihre Wertschätzung aus verschiedenen Gleichverteilungen ziehen. In diesem Unterabschnitt zeigen wir vorbereitend darauf, was für allgemeine Verteilungen gelten muss.

Wir nehmen an, dass ein Bieter i seine Wertschätzung aus der kumulierten Wahrscheinlichkeitsfunktion $F_i(\cdot)$ mit dem Definitionsbereich $T_i = [0, \bar{v}_i]$ zieht.

Analog zum symmetrischen Modell treffen wir hier wieder drei Annahmen.

Vermutung 4 *Die Bietstrategien im Gleichgewicht sind differenzierbar.*

Vermutung 5 *Die Bietfunktionen sind strikt steigend:* $b_i^{*\prime}(v) > 0, \forall v \in T_i$, *für* $i = 1, 2$.

Vermutung 6 *Die Gebote liegen unter der eigenen Wertschätzung:* $b_i^*(v) \leq v$, *für* $i = 1, 2$.

Aufgrund dieser Annahmen wird das Maximierungsproblem der Bieter bestimmt. Aus der Bedingungen erster Ordnungen erhalten wir ein Differentialgleichungssystem. Mit der Lösung dieses Differentialgleichungssystems wird ein eindeutiger Kandidat für ein Gleichgewicht identifiziert. Von diesem ist zunächst zu zeigen, dass er die Vermutungen auch tatsächlich erfüllt. Für die Existenz des Gleichgewichts bleibt dann noch zu zeigen, dass der Kandidat tatsächlich ein Gleichgewicht ist. Dies ist er dann, wenn die Bietfunktionen eine hinreichende Bedingung erfüllen, die garantiert, dass sie die Lösung des Maximierungsproblem sind. Diesen letzten Schritt werden wir in Satz 16 für ein allgemeineres Modell mit $n+1$ Bieter durchführen, welches den Zwei-Bieter-Fall beinhaltet.

Wir halten also fest: Bevor wir die Existenz eines Gleichgewichts beweisen, müssen wir zeigen, dass

- $b_i^*(v) < v$, $\forall v \in (0, \bar{v}_i]$, $\forall i = 1, 2$, oder äquivalent $\phi_i^*(b) > b$, $\forall b \in (0, b_i^*(\bar{v}_i)]$, $\forall i = 1, 2$,
- $b_i^{*\prime}(v) > 0$ $\forall v \in (0, \bar{v}_i]$, $\forall i = 1, 2$, oder äquivalent $\phi_i^{*\prime}(b) > 0$ $\forall b \in (0, b_i^*(\bar{v}_i))$, $\forall i = 1, 2$.

Da die Typenräume der beiden Bieter denselben unteren Rand $\underline{v} = 0$ haben, wissen wir, dass im Gleichgewicht wie bei der symmetrischen Auktion folgende Randbedingung gilt:

$$b_i^*(0) = 0. \tag{37}$$

Wir können auch zeigen, dass im Gleichgewicht die höchsten Typen beider Bieter dasselbe Gebot einreichen müssen:

$$b_1^*(\bar{v}_1) = b_2^*(\bar{v}_2) = \bar{b}. \tag{38}$$

Wenn gilt, dass $b_i^*(\bar{v}_i) > b_j^*(\bar{v}_j)$, mit $j \neq i$, dann wird der Typ $\bar{v}_i$ des Bieter i im Gleichgewicht mit Sicherheit gewinnen. Er würde aber ebenfalls mit Sicherheit gewinnen, wenn er ein kleineres Gebot $b \in \left(b_j^*(\bar{v}_j), b_i^*(\bar{v}_i)\right)$ einreichen würde, müsste aber dann weniger für das Objekt bezahlen. Sein Gewinn wäre somit höher. Die Strategien $(b_1^*(\cdot), b_2^*(\cdot))$ können daher kein Gleichgewicht bilden.
Die Gleichungen (37) und (38) bilden die Randbedingungen, welche die Bietfunktionen im Gleichgewicht erfüllen müssen. Innerhalb dieser Ränder müssen die Bietfunktionen folgendes Maximierungsproblem lösen:

$$b_1^*(v) = \arg\max_b U_1(b,v) = \arg\max_b (v-b)\cdot F_2(\phi_2^*(b)),$$

$$b_2^*(v) = \arg\max_b U_2(b,v) = \arg\max_b (v-b)\cdot F_1(\phi_1^*(b)).$$

Aus den Bedingungen erster Ordnung erhalten wir das System nichtlinearer Differentialgleichungen für die inversen Bietfunktionen $\phi_1^*(b)$ und $\phi_2^*(b)$ im Gleichgewicht:

$$\phi_1^{*\prime}(b) = \frac{F_1(\phi_1^*(b))}{(\phi_2^*(b)-b)\, f_1(\phi_1^*(b))}, \tag{39}$$

$$\phi_2^{*\prime}(b) = \frac{F_2(\phi_2^*(b))}{(\phi_1^*(b)-b)\, f_2(\phi_2^*(b))}. \tag{40}$$

Im Allgemeinen können wir dieses komplizierte System von nichtlinearen Differentialgleichungen nicht lösen. Wir werden daher im nächsten Unterabschnitt damit fortfahren, spezielle Annahmen über die Form der Verteilungen anzunehmen.

8.4.2 Das Maskin/Riley-Modell

Wir behandeln in diesem Abschnitt ein Modell, das schon aus der Literatur bekannt ist. Maskin und Riley (2000a) geben das Nashgleichgewicht eines spezifischen Beispiels an, ohne jedoch die Lösung herzuleiten. Wir präsentieren in diesem Abschnitt das Modell und

den Lösungsweg. In Abschnitt 8.4.3 und 8.5 werden wir das Modell erweitern. Wir werden dann in der Lage sein, die Lösung nach schon bekannten Muster herleiten zu können.
Im Beispiel von Maskin und Riley (2000a) werden die Wertschätzungen der beiden Bieter aus folgenden spezifischen Gleichverteilungen gezogen: $v_1 \sim U\left[0, \frac{1}{1+z}\right]$ und $v_2 \sim U\left[0, \frac{1}{1-z}\right]$, mit $z \in [0, 1)$.[119]

Satz 10 *Die inverse Bietfunktionen im Nashgleichgewicht der Erstpreisauktion mit zwei asymmetrischen Bietern, deren Wertschätzungen aus den Gleichverteilungen*

$$v_1 \sim U\left[0, \frac{1}{1+z}\right] \quad \textit{und}$$

$$v_2 \sim U\left[0, \frac{1}{1-z}\right],$$

mit $z \in [0, 1)$, *gezogen werden, sind*

$$\phi_1^* (b) = \frac{2b}{1 + z \cdot (2b)^2} \quad \textit{und}$$

$$\phi_2^* (b) = \frac{2b}{1 - z \cdot (2b)^2}.$$

Beweis des Satz 10:
Wir können die spezifische Form der Dichtefunktion, $f_i (v) = \frac{1}{\bar{v}_i}$, und der Verteilungsfunktion, $F_i (v) = \frac{v}{\bar{v}_i}$, einer gleichverteilten Variable verwenden, um sie in die Gleichungen (39) und (40) einzusetzen:

$$\phi_2^{*\prime} (b) = \frac{\phi_2^* (b)}{\phi_1^* (b) - b} \tag{41}$$

$$\phi_1^{*\prime} (b) = \frac{\phi_1^* (b)}{\phi_2^* (b) - b}. \tag{42}$$

Im Folgenden können wir annehmen, dass $0 < b < \phi_i^* (b)$, für $i = 1, 2$. Die Schlussfolgerungen müssen für alle Gebote $b > 0$ im Gleichgewicht gelten.
Wir können beide Differentialgleichungen (41) und (42) umformen:

$$(\phi_1^* (b) - b) \cdot \phi_2^{*\prime} (b) - \phi_2^* (b) = 0$$

[119] Wir erkennen, dass es sich beim Bieter 2 um den starken und beim Bieter 1 um den schwachen Bieter handelt.

$$\left(\phi_2^*(b) - b\right) \cdot \phi_1^{*\prime}(b) - \phi_1^*(b) = 0.$$

Wenn wir diese beiden Gleichungen addieren und auf beiden Seiten $2 \cdot b$ hinzufügen erhalten wir die folgende Gleichung:[120]

$$\left(\phi_1^*(b) - b\right) \cdot \phi_2^{*\prime}(b) - \left(\phi_2^*(b) - b\right) + \left(\phi_2(b) - b\right) \cdot \phi_1^{*\prime}(b) - \left(\phi_1^*(b) - b\right) = 2 \cdot b.$$

Wir bemerken, dass die linke Seite der Gleichung das Differential von $\left(\phi_2^*(b) - b\right) \cdot \left(\phi_1^*(b) - b\right)$ ist. Wir können diese Gleichung daher einfach integrieren:

$$\left(\phi_2^*(b) - b\right) \cdot \left(\phi_1^*(b) - b\right) = b^2 + K,$$

wobei K die Integrationskonstante ist. Um die Höhe von K zu bestimmen, können wir Gebrauch von der Randbedingung machen, dass $\phi_i^*(0) = 0$, für $i = 1, 2$. Indem wir die Werte $b = 0$ und $\phi_i^*(b) = 0$ für $i = 1, 2$ in die Gleichung einsetzen, sehen wir, dass $K = 0$ betragen muss, und somit erhalten wir die Gleichung

$$\left(\phi_2^*(b) - b\right) \cdot \left(\phi_1^*(b) - b\right) = b^2. \tag{43}$$

Mit dem Trick, beide Differentialgleichung zu addieren, erhalten wir diese neue Beziehung zwischen den beiden Gleichgewichtsstrategien. Im nächsten Schritt möchten wir diese Gleichung in einer der beiden Differentialgleichungen einsetzen. Hierfür formen wir die Gleichung (43) etwas um:

$$\frac{1}{\phi_1^*(b) - b} = \frac{\phi_2^*(b) - b}{b^2}.$$

Diese Gleichung setzen wir in Gleichung (41) ein, und erhalten nach einer kurzen Umformung:

$$\phi_2^{*\prime}(b) = \left(\frac{\phi_2^*(b)}{b}\right)^2 - \frac{\phi_2^*(\mathrm{b})}{b}.$$

Wir erkennen wieder eine nichtlineare Differentialgleichung. Aber diese hat eine besondere Struktur, welche unter dem Begriff „homogene Differentialgleichung“ bekannt ist und dessen allgemeiner Lösungsweg bekannt ist.[121]

[120] Ich möchte mich an dieser Stelle bei John Riley für den persönlichen Hinweis auf diesen Schritt bedanken, der mir bei der Lösung des Differentialgleichungssystems sehr geholfen hat.

[121] Eine homogene Differentialgleichung hat die Form $y' = G\left(\frac{y}{x}\right)$, wobei $G(\cdot)$ eine beliebige Funktion ist und wir die Funktion $y(x)$ suchen. Die oben hergeleitete Differentialgleichung hat sogar eine noch spezifischere Struktur, welche unter dem Namen Riccati-Differentialgleichung bekannt ist (Zwillinger (1989), S. 288).

Wir substituieren die inverse Bietfunktion durch $\phi_2^*(b) = -\frac{w'(b)\cdot b^2}{w(b)}$ und die entsprechende Ableitung durch $\phi_2^{*\prime}(b) = -\frac{w''(b)\cdot b^2}{w(b)} - \frac{2\cdot b\cdot w'(b)}{w(b)} + \frac{(w'(b))^2\cdot b^2}{w(b)^2}$:

$$\frac{w''(b)\cdot b^2}{w(b)} + \frac{2\cdot b\cdot w'(b)}{w(b)} - \frac{w'(b)^2\cdot b^2}{w(b)^2} + \frac{w'(b)^2\cdot b^2}{w(b)^2} + \frac{b\cdot w'(b)}{w(b)} = 0.$$

Nach einer Umformung erhalten wir eine lineare Differentialgleichung zweiten Grades:

$$b^2\cdot w''(b) + 3\cdot b\cdot w'(b) = 0.$$

Wir können diese Gleichung mit der Methode der Trennung der Variablen (siehe z.B. Walter (2000), S. 16) integrieren und erhalten die Gleichung:

$$\ln(w'(b)) = -3\cdot\ln(b) + K$$

oder

$$w'(b) = 2\cdot C_1\cdot b^{-3}, \tag{44}$$

wobei K und $2\cdot C_1 = \exp(K)$ Integrationskonstanten sind. Eine letzte Integration ergibt

$$w(b) = -C_1\cdot b^{-2} + C_2, \tag{45}$$

wobei C_2 eine weitere Integrationskonstante ist. Um nach der inversen Bietfunktion aufzulösen, setzen wir die Gleichungen (44) und (45) in die Gleichung $\phi_2^*(b) = -\frac{b^2\cdot w'(b)}{w(b)}$ ein:

$$\phi_2^*(b) = \frac{2\cdot C_1\cdot b^{-1}}{C_1\cdot b^{-2} - C_2} = \frac{2\cdot b}{1 + C\cdot b^2}, \tag{46}$$

mit $C = -\frac{C_2}{C_1}$.

Um die andere inverse Bietfunktion zu erhalten, benützen wir $\phi_2^*(b)$ und $\phi_2^{*\prime}(b)$ in Gleichung (41), und erhalten:

$$\phi_1^*(b) = \frac{2\cdot b}{1 - C\cdot b^2}. \tag{47}$$

Nun benötigen wir nur noch die zweite Randbedingung, dass beide höchste Typen dasselbe höchste Gebot $\bar{b}$ einreichen, um nach der Integrationskonstante C und dem höchsten Gebot $\bar{b}$ aufzulösen:

$$\frac{1}{1-z} = \frac{2\cdot\bar{b}}{1 + C\cdot\bar{b}^2},$$

$$\frac{1}{1+z} = \frac{2 \cdot \bar{b}}{1 - C \cdot \bar{b}^2}.$$

Wir formen die beiden Gleichungen etwas um, und erhalten:

$$1 + C\bar{b}^2 - 2\bar{b} + 2z\bar{b} = 0 \tag{48}$$

$$1 - C\bar{b}^2 - 2\bar{b} - 2z\bar{b} = 0 \tag{49}$$

Nachdem wir diese beiden Gleichungen addieren, können wir nach dem höchsten Gebot auflösen:

$$\bar{b} = \frac{1}{2}. \tag{50}$$

Indem wir Gleichung (49) von Gleichung (48) subtrahieren und dann $\bar{b} = \frac{1}{2}$ einsetzen, erhalten wir die Integrationsvariable C:

$$C = -4z. \tag{51}$$

Die inverse Bietfunktionen im Gleichgewicht lautet damit:

$$\phi_1^*(b) = \frac{2b}{1 + z \cdot (2b)^2}$$

$$\phi_2^*(b) = \frac{2b}{1 - z \cdot (2b)^2}.$$

□

Um den Beweis von Satz 10 zu vervollständigen müssten wir strenggenommen noch zeigen, dass ein Gleichgewicht existiert. Das heisst einerseits, dass unsere Ausgangs-Vermutungen, dass die erhaltene inverse Bietfunktionen grösser als die Gebote und dass sie steigend im Gebot sind, auch tatsächlich erfüllt sind. An dieser Stelle kann auf diesen Nachweis verzichtet werden, weil wir diesen im nächsten Abschnitt in Satz 12 für ein allgemeineres Modell erbringen. Andererseits muss noch gezeigt werden, dass die Bietfunktionen eine hinreichende Bedingung erfüllen. Dies wird in Satz 16 für ein allgemeineres Modell durchgeführt.

Es kann hier noch an einen Spezialfall hingewiesen werden. Bei $z = 0$ liegt der symmetrische Fall vor, in dem beide Wertschätzungen aus der Gleichverteilung zwischen 0 und 1 gezogen werden. Die Lösung $\phi_1^*(b) = \phi_2^*(b) = 2 \cdot b$, entspricht der uns schon bekannten Lösung aus Gleichung (35) mit $n = 2$.

Wenn $z > 0$, bietet der schwache Bieter 1 aggressiver als der starke Bieter 2. Das war auch das Einzige, was Maskin und Riley (2000a) mit diesem Beispiel illustrieren wollten. Wir erkennen weiter, dass der schwache Bieter auch aggressiver bietet als im symmetrischen Fall. Dies kann dadurch erklärt werden, dass er schwächer und sein Gegner stärker als im symmetrischen Fall ist. Der starke Bieter bietet hingegen weniger aggressiv als im symmetrischen Fall.

Wir werden das Maskin/Riley-Modell im nächsten Abschnitt etwas modifizieren, um interessantere Aussagen im Bezug auf die komparative Statik machen zu können.

8.4.3 Erweiterung des Maskin/Riley-Zwei-Bieter-Modells

Die komparative Statik im Maskin/Riley-Modell vermengt zwei Effekte. Bei einem höheren z wird einerseits der starke Bieter noch stärker und andererseits der schwache Bieter noch schwächer. Vereint führen diese beiden Effekte dazu, dass bei einem höheren z der schwache Bieter umso aggressiver, der starke jedoch umso weniger aggressiv bietet. Diese beiden Effekte möchten wir gerne getrennt untersuchen. Hierzu verallgemeinern wir das Maskin/Riley-Modell. Die Wertschätzungen der beiden Bieter werden nun aus folgenden Gleichverteilungen gezogen: $v_1 \sim U\left[0, \beta_1\right]$ und $v_2 \sim U\left[0, \beta_2\right]$, wobei $0 < \beta_1 \leq \beta_2$. Wir erkennen auch hier, dass der Bieter 2 der stärkere ist.

Satz 11 *Wenn ein Gleichgewicht existiert, dann sind die inversen Bietfunktionen im Gleichgewicht der Erstpreisauktion mit zwei Bietern, deren Wertschätzungen aus den Gleichverteilungen*

$$v_1 \sim U\left[0, \beta_1\right] \ \textit{und}$$

$$v_2 \sim U\left[0, \beta_2\right],$$

mit $0 < \beta_1 \leq \beta_2$, *gezogen werden, durch*

$$\phi_1^*\left(b\right) = \frac{2b}{1 + \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}\right) b^2} \ \textit{und} \tag{52}$$

$$\phi_2^*\left(b\right) = \frac{2b}{1 + \left(\frac{1}{\beta_2^2} - \frac{1}{\beta_1^2}\right) b^2} \tag{53}$$

gegeben.

Beweis von Satz 11:
Den Hauptanteil des Beweises wurde schon in den letzten beiden Abschnitten erledigt. Wir brauchen hier nur noch die Unbekannte C in den Gleichungen (46) und (47) und das höchste Gebot der Bieter zu berechnen.
Wir machen hier wiederum von der Randbedingung Gebrauch, dass die höchsten Typen der beiden Bieter im Gleichgewicht dasselbe höchste Gebot einreichen. Aus den Gleichungen (46) und (47) erhalten wir:

$$\beta_1 = \frac{2\bar{b}}{1 + C\bar{b}^2}$$

$$\beta_2 = \frac{2\bar{b}}{1 - C\bar{b}^2}.$$

Nach einer Umformung dieser beiden Bedingungen erhalten wir die nächsten beiden Gleichungen.

$$\beta_1 + \beta_1 C\bar{b}^2 - 2\bar{b} = 0, \tag{54}$$

$$\beta_2 - \beta_2 C\bar{b}^2 - 2\bar{b} = 0. \tag{55}$$

Wir addieren erstens die beiden Gleichungen (54) + (55) und subtrahieren zweitens die Gleichungen (54)-(55), und erhalten somit die Bedingungen:

$$\beta_1 - \beta_2 + (\beta_1 + \beta_2)\, C\bar{b}^2 = 0 \tag{56}$$

$$\beta_1 + \beta_2 + (\beta_1 - \beta_2)\, C\bar{b}^2 - 4\bar{b} = 0 \tag{57}$$

Wir lösen die Gleichung (56) nach $C\bar{b}^2$ auf, und setzen es in die Gleichung (57) ein, wonach wir nach dem höchsten Gebot $\bar{b}$ auflösen können:

$$\bar{b} = \frac{\beta_1 \cdot \beta_2}{\beta_1 + \beta_2}. \tag{58}$$

Dieses höchste Gebot können wir in Gleichung (56) einsetzen, um nach der Integrationskonstanten C aufzulösen:

$$C = \frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}. \tag{59}$$

In den Gleichungen (46) und (47) eingesetzt, erhalten wir die inverse Bietfunktionen im Gleichgewicht:

$$\phi_1^*(b) = \frac{2b}{1+\left(\frac{1}{\beta_1^2}-\frac{1}{\beta_2^2}\right)b^2} \text{ und}$$

$$\phi_2^*(b) = \frac{2b}{1+\left(\frac{1}{\beta_2^2}-\frac{1}{\beta_1^2}\right)b^2}.$$

□

Wie zu erwarten war, sind die inverse Bietfunktionen in dem Sinne symmetrisch, dass wir nur die Indizes vertauschen müssen, um die andere inverse Bietfunktion zu erhalten.
Wenn wir die Ausdrücke $\beta_1 = \frac{1}{1+z}$ und $\beta_2 = \frac{1}{1-z}$ einsetzen, erhalten wir die selbe Lösung wie im letzten Abschnitt. Aus Gleichung (58) erhalten wir für das höchste Gebot $\bar{b} = \frac{1}{2}$ (vergleiche Gleichung (50)) und für die Integrationskonstante erhalten wir $C = -4z$ aus der Gleichung (59) (vergleiche Gleichung (51)).
Wenn $\beta_1 = \beta_2$, dann haben wir wieder den symmetrischen Fall. Wir erhalten aus den Gleichungen (52) und (53) die bekannten inversen Bietfunktionen $\phi_1^*(b) = \phi_2^*(b) = 2b$ (vergleiche Gleichung (35) mit $n = 2$).
Aus den inversen Gebotsfunktionen in den Gleichungen (52) und (53) erhalten wir genauere Einsichten aus der komparativen Statik.

Korollar 1

$$\frac{\partial \phi_i^*(b)}{\partial \beta_i} > 0.$$

Dies kann so interpretiert werden, dass ein Bieter umso weniger aggressiv bietet, je stärker er ist.

Korollar 2

$$\frac{\partial \phi_i^*(b)}{\partial \beta_j} < 0.$$

Ein Bieter bietet umso aggressiver, je stärker sein Konkurrent ist.
Wir zeigen nun, dass die berechneten inversen Bietfunktionen auch ein Nashgleichgewicht bilden.

Satz 12 *Es existiert ein Gleichgewicht in der Erstpreisauktion mit zwei Bietern, in welcher die beiden Bieter ihre Wertschätzungen aus den Gleichverteilungen*

$$v_1 \sim U\left[0, \beta_1\right] \ \ und$$

$$v_2 \sim U\left[0, \beta_2\right]$$

ziehen.

Beweis des Satz 12:
Wir müssen zeigen, dass die inversen Bietfunktionen in den Gleichungen (52) und (53) die Grundannahmen erfüllen, von welchen wir ausgegangen sind. Insbesondere ist zu beweisen, dass $\phi_i^*(b) > b$, $\forall b \in (0, b_i^*(\beta_i)]$, $\forall i = 1,2$, und dass $\phi_i^{*\prime}(b) > 0$ $\forall b \in (0, b_i^*(\beta_i))$, $\forall i = 1,2$. Weiter muss gezeigt werden, dass die inversen Bietfunktionen eine hinreichende Bedingung für das Maximierungsproblem erfüllt. Für diesen letzten Nachweis verweisen wir jedoch auf Satz 16 ihm Rahmen eines allgemeineren Modells.
Aus den Differentialgleichungen (41) und (42) wissen wir bereits, dass die inverse Bietfunktionen die Differentialgleichungen erfüllen:

$$\phi_1^{*\prime}(b) = \frac{\phi_1^*(b)}{\left(\phi_2^*(b) - b\right)},$$

$$\phi_2^{*\prime}(b) = \frac{\phi_2^*(b)}{\left(\phi_1^*(b) - b\right)}.$$

Hieraus folgt, dass wenn $\phi_1^*(b) - b > 0$ und $\phi_2^*(b) - b > 0$ gilt, dann auch gelten muss, dass $\phi_1^{*\prime}(b) > 0$ und $\phi_2^{*\prime}(b) > 0$, und umgekehrt. Wir brauchen folglich nur eine der beiden Bedingungen zu zeigen.
Wenn wir im Ausdruck $\phi_i^*(b) - b$ die inverse Bietfunktion durch die Ausdrücke in den Gleichungen (52) und (53) ersetzen, erhalten wir die Gleichungen

$$\phi_1^*(b) - b = b \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}\right) \cdot b^2}{1 + \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}\right) \cdot b^2}, \tag{60}$$

$$\phi_2^*(b) - b = b \cdot \frac{1 + \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}\right) \cdot b^2}{1 - \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}\right) \cdot b^2}. \tag{61}$$

Aus der Annahme $0 < \beta_1 \leq \beta_2$ erhalten wir $\left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}\right) \geq 0$. Daher sind der Nenner in Gleichung (60) und der Zähler in Gleichung (61) positiv. Somit reicht es zu beweisen, dass

der Zähler in Gleichung (60), welcher auch dem Nenner in Gleichung (61) entspricht, positiv ist.
Dieser Ausdruck ist fallend in b. So brauchen wir nur zu zeigen, dass der Ausdruck für das höchste Gebot $\bar{b} = \frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1+\beta_2}$ positiv ist:

$$1 - \left(\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{\beta_2^2}\right) \cdot \left(\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1+\beta_2}\right)^2 = 1 + \frac{\beta_1^2}{(\beta_1+\beta_2)^2} - \frac{\beta_2^2}{(\beta_1+\beta_2)^2} > 0,$$

da $1 > \frac{\beta_2^2}{(\beta_1+\beta_2)^2}$. Daher erfüllen die inversen Bietfunktionen im Gleichgewicht tatsächlich die Grundannahmen.

□

8.5 Ein asymmetrisches Modell mit $n+1$ Bietern

In diesem Abschnitt wollen wir das Maskin/Riley-Modell erweitern. Wir wollen $n+1$ Bieter statt 2 Bieter berücksichtigen. Nebst der selben komparativen Statik wie im zwei-Bieter-Modell, wollen wir in diesem Modell auch zeigen, dass zumindest bei dieser besonderen asymmetrischen Auktion die Bieter umso aggressiver bieten, je mehr Konkurrenten teilnehmen.
Wir nehmen an, dass es n schwache Bieter $i = 1, \ldots, n$, gibt, deren Wertschätzungen aus der Gleichverteilung $v_i \sim U[0, \beta_w]$, $\forall i = 1, \ldots, n$, gezogen werden. Zudem hat es einen starken Bieter $n+1$, dessen Wertschätzung aus der Gleichverteilung $v_{n+1} \sim U[0, \beta_s]$ gezogen wird. Für die Parameter nehmen wir folgende Reihenfolge an: $0 < \beta_w \leq \beta_s$.

8.5.1 Charakterisierung des Gleichgewichts

Analog zum Zwei-Bieter-Fall und zum symmetrischen Fall gehen wir von den folgenden Grundannahmen aus:

Vermutung 7 *Die schwachen Bieter bieten alle symmetrisch:* $b_i^*(v) = b_w^*(v)$, $\forall v \in [0, \beta_w]$, $\forall i = 1, \ldots, n$.

Vermutung 8 *Die Bietfunktionen sind differenzierbar.*

Vermutung 9 *Die Bietfunktionen sind strikt steigend:* $b_i^{*\prime}(v) > 0$, $\forall i = 1, \ldots, n+1$, $\forall v \in [0, \beta_i]$.

Vermutung 10 *Die Gebote liegen unter der eigenen Wertschätzung:* $b_i^*(v) \leq v$, $\forall i = 1, \ldots, n+1, \forall v \in [0, \beta_i]$.

Die eine Randbedingung, dass $b_i^*(0) = 0, \forall i = 1, \ldots, n+1$, kann analog zu den vorangegangenen Modellen gezeigt werden. Etwas schwieriger wird nun die obere Randbedingung.

Lemma 4 *Wenn ein Gleichgewicht existiert, in welchem alle schwachen Bieter symmetrisch bieten, dann müssen die Bietfunktionen im Gleichgewicht der Erstpreisauktion mit $n+1$ Bietern, deren Wertschätzungen aus den Gleichverteilungen*

$$v_i \sim U[0, \beta_w], \forall i = 1, \ldots, n \textit{ und}$$

$$v_{n+1} \sim U[0, \beta_s],$$

mit $0 < \beta_w \leq \beta_s$, gezogen werden, die Eigenschaft erfüllen, dass die höchsten Typen aller Bieter dasselbe höchste Gebot einreichen:

$$b_1^*(\beta_w) = \cdots = b_n^*(\beta_w) = b_{n+1}^*(\beta_s) = \bar{b}.$$

Beweis von Lemma 4:
Wir bemerken zuerst, dass der höchste Typ des starken Bieters im Gleichgewicht nicht höher bieten kann als der höchste Typ der schwachen Bieter. Ansonsten könnte er sein Gebot senken. Er würde immer noch mit der Wahrscheinlichkeit 1 gewinnen, müsste aber weniger für das Objekt bezahlen. Da der erwartete Gewinn dann höher als bei der Gleichgewichtsstrategie ist, kann es sich ursprünglich nicht um ein Gleichgewicht gehandelt haben.
Wir zeigen jetzt auch, dass es kein Gleichgewicht geben kann, in welchem das höchste Gebot des starken Bieters, $\bar{b}_s$, geringer als das höchste Gebot eines schwachen Bieters, $\bar{b}_w$, ist. Wir nehmen hierfür an, dass tatsächlich gilt: $\bar{b}_s < \bar{b}_w$. Da es für den höchsten Typ eines schwachen Bieters, β_w, optimal ist $\bar{b}_w$ zu bieten, haben wir folgende Ungleichungen:

$$\left(\beta_w - \bar{b}_w\right) \geq \left(\beta_w - \bar{b}_s\right) F_w\left(\phi_w\left(\bar{b}_s\right)\right)^{n-1} > \left(\beta_w - \bar{b}_s\right) F_w\left(\phi_w\left(\bar{b}_s\right)\right)^{n}.$$

Der erste Ausdruck ist seine erwartete Auszahlung im Gleichgewicht, welche mindestens so gross ist wie die erwartete Auszahlung, wenn er das höchste Gebot des starken Bieters bieten würde. Beim letzten Ausdruck wurde der zweite Ausdruck mit einer Zahl zwischen 0 und 1 multipliziert.
Wir können nun $(\beta_s - \beta_w)$ auf der linken Seite der Ungleichung hinzufügen, und $(\beta_s - \beta_w) \cdot F_w\left(\phi_w\left(\bar{b}_s\right)\right)^n < (\beta_s - \beta_w)$ auf der rechten Seite der Ungleichung. Hieraus folgt:

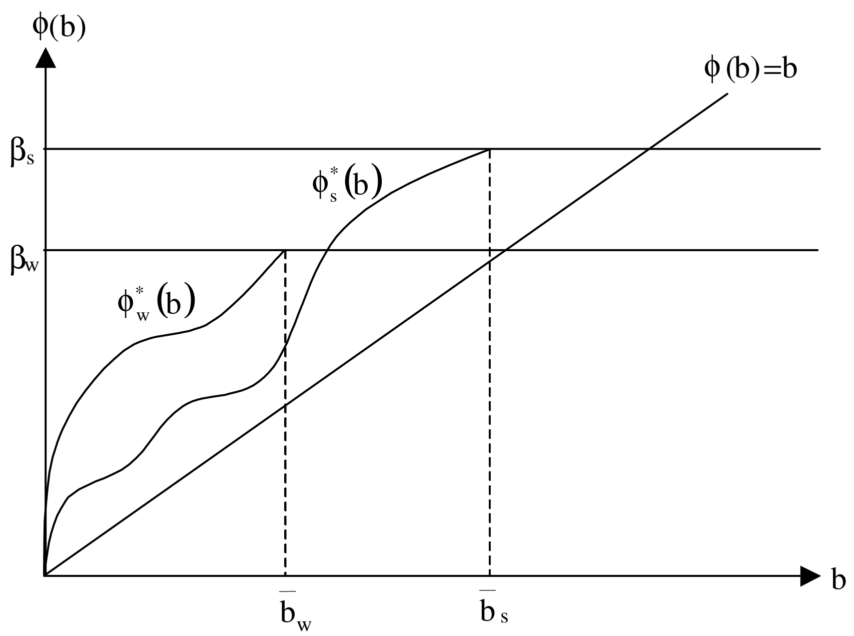
$$\left(\beta_s - \bar{b}_w\right) > \left(\beta_s - \bar{b}_s\right) F_w\left(\phi_w\left(\bar{b}_s\right)\right)^{n}.$$

Die erwartete Auszahlung des höchsten Typs des starken Bieters, wenn er das höchste Gebot des schwachen Bieters, $\bar{b}_w$, bietet, ist höher als wenn er gemäss seiner Gleichgewichtsstrategie das Gebot $\bar{b}_s$ einreicht. Daher kann es sich ursprünglich nicht um ein Gleichgewicht gehandelt haben.

□

Es ist darauf hinzuweisen, dass im Modell bewusst nur ein starker Bieter berücksichtigt wird. Der Grund hierfür ist, dass bei mehr als einem starken Bieter nicht ausgeschlossen werden kann, dass der höchste Typ eines starken Bieters höher bietet als der höchste Typ eines schwachen Bieters. Unsere Vorstellung, wie ein Gleichgewicht in diesem Fall aussehen wird, ist in Abbildung 8 dargestellt.

Abbildung 8: Gleichgewicht mit mehr als einem starken Bieter



Alle schwache Bieter werden gemäss der symmetrischen inversen Bietfunktion $\phi_w^*(b)$ bieten, und alle starken gemäss der inversen Bietfunktion $\phi_s^*(b)$. Es gelten drei Randbedingungen: Für alle gilt die Anfangsbedingung, dass $\phi_i^*(0) = 0$. Die schwachen Bieter werden bis zu ihrem höchsten Gebot $\bar{b}_w$ bieten und die starken bis zu $\bar{b}_s > \bar{b}_w$. Zwischen 0 und $\bar{b}_w$ sind die inversen Bietfunktionen durch ein Differentialgleichungssystem mit $n+m$ Variablen charakterisiert, wobei n die Anzahl schwacher Bieter und m die Anzahl starker Bieter ist. Zwischen $\bar{b}_w$ und $\bar{b}_s$ bestimmt sich die inverse Bietfunktion der starken Bieter durch ein Differentialglei-

chungssystem mit m Variablen. Die Lösung des geschilderten Differentialgleichungssystem zu finden ist schwerer als in unserem Fall mit nur einem starken Bieter. Für unsere Aussagen möchten wir uns auf ein möglichst einfaches Modell konzentrieren, wofür das unsere gut geeignet ist.
Wir charakterisieren nun die inverse Bietfunktionen $\phi_i^*(b), \forall i = 1, \ldots, n+1$, im Gleichgewicht mit nur einem starken Bieter.

Satz 13 *Wenn es ein Gleichgewicht gibt, in welchem die Bieter $i = 1, \ldots, n$ symmetrisch bieten, dann erfüllen die inverse Bietfunktionen im Gleichgewicht der Erstpreisauktion mit $n+1$ Bietern, deren Wertschätzungen aus den Gleichverteilungen*

$$v_i \sim U[0, \beta_w], \forall i = 1, \ldots, n \textit{ und}$$

$$v_{n+1} \sim U[0, \beta_s],$$

mit $0 < \beta_w \leq \beta_s$, gezogen werden, folgende Eigenschaften:
$\phi_w^*(b)$, die inverse Bietfunktion der schwachen Bieter $i = 1, \ldots, n$, im Gleichgewicht, ist implizit durch die Gleichung

$$\phi_w^*(b)^{n^2} C(n) b^{n+1} - n\phi_w^*(b) + (n+1) b = 0 \tag{62}$$

definiert, wobei die Integrationskonstante $C(n)$ definiert ist durch die Gleichung

$$C(n) = \frac{1}{\beta_w^{n^2}\beta_s} \bar{b}(n)^{-n} (\beta_w - \beta_s), \tag{63}$$

wobei $\bar{b}(n)$ das höchste Gebot aller Bieter ist, und durch die Gleichung

$$\bar{b}(n) = \frac{1}{\frac{1}{\beta_w} + \frac{1}{n\beta_s}} \tag{64}$$

definiert ist.
Die inverse Bietfunktion des starken Bieters, $\phi_s^*(b)$, ist im Gleichgewicht durch die Gleichung

$$\phi_s^*(b) = \frac{b\phi_w^*(b)}{n(\phi_w^*(b) - b)} \tag{65}$$

gegeben.

Beweis von Satz 13:
Das Maximierungsproblem eines Bieters ist

$$\max_b U_i(b,v) = \max_b (v-b) \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} F_j(\phi_j(b)). \tag{66}$$

Die Bedingung erster Ordnung lautet

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial b} U_i(b, \phi_i^*(b)) &= -\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} F_j\left(\phi_j^*(b)\right) + (\phi_i^*(b) - b) \\ &\cdot \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^{*\prime}(b) f_j\left(\phi_j^*(b)\right) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq j \\ k\neq i}}^{n+1} F_k(\phi_k^*(b)) \right) \stackrel{!}{=} 0. \end{aligned} \tag{67}$$

Da die Wertschätzungen aus einer Gleichverteilung gezogen werden, können wir die Verteilungs- und Dichtefunktion durch

$$F_i(v) = \frac{v}{\beta_i} \text{ und } f_i(v) = \frac{1}{\beta_i}$$

ersetzen.
Wir erhalten damit

$$\frac{\partial}{\partial b} U_i(b, \phi_i^*(b)) = -\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \frac{\phi_j^*(b)}{\beta_j} + (\phi_i^*(b) - b) \cdot \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \frac{\phi_j^{*\prime}(b)}{\beta_j} \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq j \\ k\neq i}}^{n+1} \frac{\phi_k^*(b)}{\beta_k} \right) = 0.$$

Nachdem wir mit $\prod_{j=1 j\neq i}^{n+1} \beta_j$ multiplizieren, ergibt sich folgende Differentialgleichung, welche für alle Bieter $i = 1, \ldots, n+1$ gelten muss:

$$-\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^*(b) + (\phi_i^*(b) - b) \cdot \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^{*\prime}(b) \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq j \\ k\neq i}}^{n+1} \phi_k^*(b) \right) = 0$$

Wenn wir über alle i summieren, erhalten wir:

$$\sum_{i=i}^{n+1} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^{*\prime}(b) \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq j}}^{n+1} \phi_k^*(b) = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^*(b) + b \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^{*\prime}(b) \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq j \\ k\neq i}}^{n+1} \phi_k^*(b) \right) \tag{68}$$

Wir können nach bekanntem Muster diese Gleichung integrieren. Hierzu wird zunächst die linke Seite der Gleichung (68) umgeformt.

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n+1}\phi_j^{*\prime}(b) \quad\cdot\quad \prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n+1}\phi_k^{*}(b) &= \sum_{i=1}^{n+1}\left(\sum_{j=1}^{n+1}\phi_j^{*\prime}(b)\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n+1}\phi_k^{*}(b)\right)-\sum_{i=1}^{n+1}\phi_i^{*\prime}(b)\prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n+1}\phi_k^{*}(b)\\
&=(n+1)\cdot\left(\sum_{j=1}^{n+1}\left(\phi_j^{*\prime}(b)\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n+1}\phi_k^{*}(b)\right)\right)-\sum_{j=1}^{n+1}\phi_j^{*\prime}(b)\left(\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n+1}\phi_k^{*}(b)\right)\\
&=n\cdot\sum_{j=1}^{n+1}\left(\phi_j^{*\prime}(b)\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n+1}\phi_k^{*}(b)\right).
\end{aligned}$$

Der letzte Ausdruck lässt sich über b integrieren.

$$\int\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n+1}\phi_j^{*\prime}(b)\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n+1}\phi_k^{*}(b)\;db=n\cdot\prod_{k=1}^{n+1}\phi_k^{*}(b)\,.$$

Wir befassen uns jetzt mit der rechten Seite der Gleichung (68). Die Integration über b ergibt

$$\sum_{i=1}^{n+1}b\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n+1}\phi_j^{*}(b)\,.$$

Aus der Integration der Gleichung (68) erhalten wir somit

$$n\cdot\prod_{k=1}^{n+1}\phi_k^{*}(b)=\sum_{i=1}^{n+1}b\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n+1}\phi_j^{*}(b)+c, \tag{69}$$

wobei c eine Integrationskonstante ist. Um die Höhe der Integrationskonstante c zu berechnen, machen wir Gebrauch von der unteren Randbedingung. Aus dieser Randbedingung wissen wir, dass ein Typ $v=0$ das Gebot $b(0)=0$ einreicht. Wenn wir daher $\phi_i^{*}(0)=0$ und $b=0$ in die Gleichung (69) einsetzen, erhalten wir $c=0$. Die relevante Gleichung, die im Gleichgewicht erfüllt sein muss, ist somit:

$$n\cdot\prod_{k=1}^{n+1}\phi_k^{*}(b)=\sum_{i=1}^{n+1}b\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n+1}\phi_j^{*}(b)\,. \tag{70}$$

Aus dieser Gleichung können wir nach dem höchsten Gebot $\bar{b}$ auflösen. Wir wissen aus Lemma 4, dass $\phi_i^{*}\left(\bar{b}\right)=\beta_w, \forall i=1,\ldots,n$, und dass $\phi_{n+1}^{*}\left(\bar{b}\right)=\beta_s$. Da die Gleichung (70) auch für $\bar{b}$ gelten muss, erhalten wir

$$n \cdot \beta_w^n \cdot \beta_s = n \cdot \bar{b} \cdot \beta_w^{n-1} \cdot \beta_s + \bar{b} \cdot \beta_w^n.$$

Für das höchste Gebot $\bar{b}$ gilt somit:

$$\bar{b}(n) = \frac{n \cdot \beta_w^n \cdot \beta_s}{n \cdot \beta_w^{n-1} \cdot \beta_s + \beta_w^n} = \frac{1}{\frac{1}{\beta_w} + \frac{1}{n\beta_s}}.$$

Wir können diese Gleichung, die in Gleichung (64) wiedergegeben ist, für zwei bekannte Fälle überprüfen. Im ersten Fall mit $n = 1$ erhalten wir $\bar{b} = \frac{\beta_w \cdot \beta_s}{\beta_s + \beta_w}$, was der Gleichung (58) im Zwei-Bieter-Fall entspricht. Im zweiten Fall nehmen wir an, dass $\beta_s = \beta_w = \beta$. Dann erhalten wir $\bar{b} = \frac{n}{n+1} \cdot \beta = E\left[v_{(2,n+1)}\right]$, was wir schon aus dem symmetrischen Modell kennen.[122]
Da die Bieter $i = 1, \dots, n$ gemäss unserer Grundannahme symmetrisch bieten, können wir $\phi_i^*(b) = \phi_w^*(b)$ für $i = 1, \dots, n$ und $\phi_{n+1}^*(b) = \phi_s^*(b)$ für den Bieter $n+1$ verwenden. Mit Rücksicht auf diese Notation und für den speziellen Fall der Gleichverteilung kürzen sich die $n+1$ Bedingungen erster Ordnung in Gleichung (67) auf folgendes Differentialgleichungssystem mit zwei Variablen:

$$\frac{1}{\phi_w^*(b) - b} = (n-1) \cdot \frac{\phi_w^{*\prime}(b)}{\phi_w^*(b)} + \frac{\phi_s^{*\prime}(b)}{\phi_s^*(b)} \text{ und} \tag{71}$$

$$\frac{1}{\phi_s^*(b) - b} = n \cdot \frac{\phi_w^{*\prime}(b)}{\phi_w^*(b)}. \tag{72}$$

Auch die Gleichung (70) vereinfacht zu

$$n \cdot \phi_w^*(b)^n \cdot \phi_s^*(b) = n \cdot b \cdot \phi_s^*(b) \cdot \phi_w^*(b)^{n-1} + b \cdot \phi_w^*(b)^n. \tag{73}$$

Nach $\phi_s^*(b)$ aufgelöst, erhalten wir

$$\phi_s^*(b) = \frac{b \cdot \phi_w^*(b)^n}{n \cdot \left(\phi_w^*(b)^n - b \cdot \phi_w^*(b)^{n-1}\right)} = \frac{b \cdot \phi_w^*(b)}{n \cdot (\phi_w^*(b) - b)}, \tag{74}$$

was Gleichung (65) in Satz 13 entspricht.
Aus Gleichung (72) erhalten wir

$$\phi_w^*(b) - n\phi_w^{*\prime}(b) \cdot (\phi_s^*(b) - b) = 0.$$

In dieser letzten Gleichung setzen wir die Gleichung (74) ein und multiplizieren sie mit $\frac{(\phi_w^*(b) - b)}{b^2}$. Nach einigen Umformungen folgt

[122] $v_{(2,n+1)}$ steht hier für die zweithöchste Wertschätzung von $n+1$ zufälligen Variablen.

$$\frac{\phi_w^*(b)}{b} \cdot \left(\frac{\phi_w^*(b)}{b} - 1 \right) + \phi_w^{*\prime}(b) \cdot \left((n-1) \cdot \frac{\phi_w^*(b)}{b} - n \right) = 0. \tag{75}$$

Diese Art Differentialgleichung, in welcher die Ausdrücke $\phi_w(b)$ und b nur als Bruch auftreten ist als homogene Differentialgleichung bekannt (Walter (2000), S. 22). Für diese kennt man eine allgemeine Lösungsmethode. Bei dieser Methode wird der Bruch $\frac{\phi_w^*(b)}{b}$ durch eine neue Variable ersetzt. Definiere:

$$y(b) = \frac{\phi_w^*(b)}{b}. \tag{76}$$

Daher haben wir

$$y(b) \cdot b = \phi_w^*(b)$$

und

$$y(b) + y'(b) \cdot b = \phi_w^{*\prime}(b). \tag{77}$$

Nach Einsetzen der Gleichungen (76) und (77) in Gleichung (75), erhalten wir die Differentialgleichung

$$y(b) \cdot (y(b) - 1) + (y(b) + y'(b) \cdot b) \cdot ((n-1) \cdot y - n) = 0.$$

Diese Differentialgleichung kann mit der Methode der Trennung der Variablen gelöst werden (Walter (2000), S. 16). Wir formen die Gleichung in die geeignete Form um:

$$\frac{1}{b} = \frac{n - (n-1)\, y(b)}{y(b) \cdot (ny(b) - (n+1))} \cdot y'(b).$$

Die Integration ergibt

$$C_1 + \ln(b) = \int \frac{n - (n-1)\, y}{y \cdot (ny - (n+1))} dy,$$

mit der Integrationskonstante C_1. Die rechte Seite dieser Gleichung kann mit Hilfe der Partialbruchzerlegung berechnet werden (Heuser (1998), S. 401):

$$\frac{n - (n-1)\, y}{y\,(ny - (n+1))} = \frac{-n}{(n+1)\, y} + \frac{1}{(n+1)\,(ny - (n+1))}.$$

Wir erhalten somit

$$C_1 + \ln(b) = \frac{1}{n(n+1)} \ln(ny - (n+1)) - \frac{n}{n+1} \ln y.$$

Wenn wir diese Gleichung in den Exponenten und die Euler'sche Zahl e in die Basis einer Potenz nehmen, und dann weiter mit $n(n+1)$ potenzieren erhalten wir

$$(ny-(n+1))\,y^{-n^2}=Cb^{n(n+1)},$$

mit $C = e^{C_1}$. Wir multiplizieren diese letzte Gleichung mit $b\cdot y^{n^2}$ und setzen die Gleichung (76) ein:

$$\phi_w^*(b)^{n^2}\,Cb^{n+1}-n\phi_w^*(b)+(n+1)\,b=0. \tag{78}$$

Im letzten Schritt berechnen wir die Höhe der Integrationskonstante C. Wir wissen, dass das höchste Gebot $\bar{b}(n)$ vom Typ β_w eines schwachen Bieters geboten wird:

$$\phi_w^*\left(\bar{b}(n)\right)=\beta_w.$$

Wir ersetzen in Gleichung (78) $\phi_w(b)$ durch β_w und b durch $\bar{b}(n)$:

$$\beta_w^{n^2}C\bar{b}(n)^{n+1}-n\beta_w+(n+1)\,\bar{b}(n)=0.$$

Nach C aufgelöst, erhalten wir mit Hilfe von Gleichung (64) :

$$C(n)=\frac{1}{\beta_w^{n^2}\beta_s}\bar{b}(n)^{-n}(\beta_w-\beta_s)\,.$$

Es folgt somit, dass die inverse Bietfunktion eines schwachen Bieters im Gleichgewicht, $\phi_w^*(b)$, implizit durch die Gleichung

$$\phi_w^*(b)^{n^2}\,C(n)\,b^{n+1}-n\phi_w^*(b)+(n+1)\,b=0$$

definiert ist (siehe Gleichung (62)), wobei die Integrationskonstante $C(n)$ in Gleichung (63) gegeben ist. Gemäss Gleichung (74) bestimmt sich die inverse Bietfunktion des Starken im Gleichgewicht, $\phi_s(b)$, aus der inversen Bietfunktion des Schwachen gemäss der Beziehung

$$\phi_s^*(b)=\frac{b\phi_w^*(b)}{n\left(\phi_w^*(b)-b\right)}.$$

Eine hinreichende Bedingung, dass es sich bei den angegebenen inversen Bietfunktionen um Funktionen handelt, die das Maximierungsproblem lösen, wird in Satz 16 gezeigt.

□

Wir können das Gleichgewicht für die bereits bekannten Fällen überprüfen. Wenn $\beta_w = \beta_s$, dann haben wir den symmetrischen Fall mit $n+1$ Bieter. In diesem Fall wird $C(n) = 0$ und das Gleichgewicht reduziert sich zu

$$\phi_s^*(b) = \phi_w^*(b) = \frac{n+1}{n} b,$$

was wir schon in Gleichung (35) erhielten (wenn wir dort n durch $n+1$ ersetzen).
Der zweite Fall mit $n = 1$ ist der Zwei-Bieter-Fall. Wir erhalten dieselbe inverse Bietfunktionen wie in den Gleichungen (52) und (53).

8.5.2 Existenz eines eindeutigen Gleichgewichts-Kandidaten

Wir zeigen in diesem Abschnitt, dass ein Gleichgewicht-Kandidat existiert und dass es nur einen Kandidat gibt, in welchem die schwachen Bieter symmetrisch bieten. Dies folgt daraus, dass das Gleichgewicht, welches wir charakterisiert haben, die Grundannahmen erfüllt, von welchen wir ausgegangen sind. Aus dem Beweis im nächsten Abschnitt wissen wir auch, dass dieser Kandidat auch tatsächlich ein Gleichgewicht ist.

Satz 14 (Eindeutigkeit) *In der Erstpreisauktion mit $n+1$ Bietern, deren Wertschätzungen aus den Gleichverteilungen*

$$v_i \sim U[0, \beta_w], \forall i = 1, \ldots, n \text{ und}$$

$$v_{n+1} \sim U[0, \beta_s],$$

mit $0 < \beta_w \leq \beta_s$, gezogen werden, gibt es höchstens ein Gleichgewicht in welchem die Bieter $i = 1, \ldots, n$ symmetrisch bieten.

Beweis von Satz 14:
Aus Satz 13 wissen wir, dass ein Gleichgewicht, welches die Voraussetzungen in Satz 14 erfüllt, die Gleichungen (62) und (65) einhalten muss. Wir zeigen nun, dass für jedes $b \in [0, \bar{b}(n)]$ jeweils nur ein $\phi_w^*(b)$ existiert, welches die Gleichung (62) erfüllt.
Wir bemerken vorerst, dass $C(n) \leq 0$. Dies folgt aus der Gleichung (63) und der Annahme, dass $0 < \beta_w \leq \beta_s$. Wir erkennen weiter, dass die linke Seite der Gleichung (62) fallend in $\phi_w^*(b)$ ist. Somit kann es für jedes b nur ein $\phi_w^*(b)$ geben, welches die Gleichung (62) erfüllt.
Weiter wissen wir, dass es im Gleichgewicht für jedes $\phi_w^*(b) \in [0, \beta_w]$ nur ein $\phi_s^*(b)$ existiert, welches die Gleichung (65) erfüllt.

□

Bevor wir anschliessend den Existenzsatz betrachten, stellen wir zuvor ein Lemma auf, das uns in den weiteren Erläuterungen behilflich sein wird.

Lemma 5 *Die inverse Bietfunktion des starken Bieters im Gleichgewicht, $\phi_s^*(b)$, das in Satz 13 charakterisiert wird, ist implizit durch folgende Gleichung definiert.*

$$H(\phi_s^*(b), b) \equiv (nb)^{n^2} C(n) b^n + \left(n - \frac{b}{\phi_s^*(b)}\right)^{n^2-1} \left(n - \frac{(n+1)b}{\phi_s^*(b)}\right) = 0, \tag{79}$$

wobei $C(n)$ in Gleichung (63) definiert ist.

Beweis von Lemma 5:
Wir lösen zunächst die Gleichung (65) nach der inversen Bietfunktion eines schwachen Bieters auf:

$$\phi_w^*(b) = \frac{nb\phi_s^*(b)}{n\phi_s^*(b) - b}.$$

Nun setzen wir diese Gleichung in die Gleichung (62) ein und multiplizieren die Gleichung mit $(n\phi_s^*(b) - b)^{n^2}$:

$$(nb\phi_s^*(b))^{n^2} C(n) b^{n+1} + (n\phi_s^*(b) - b)^{n^2-1} \left((n+1) b (n\phi_s^*(b) - b) - n^2 b\phi_s^*(b)\right) = 0.$$

Nach einer kurzen Umformung erhalten wir:

$$(nb\phi_s^*(b))^{n^2} C(n) b^{n+1} + (n\phi_s^*(b) - b)^{n^2-1} b (n\phi_s^*(b) - (n+1) b) = 0$$

Nachdem wir diese Gleichung durch $b \cdot \phi_s^*(b)^{n^2}$ dividieren, erhalten wir die Gleichung (79).

□

Wir können jetzt zum Existenzbeweis übergehen.

Satz 15 (Existenz) *In der Erstpreisauktion mit $n+1$ Bietern, deren Wertschätzungen aus den Gleichverteilungen*

$$v_i \sim U[0, \beta_w], \forall i = 1, \ldots, n \text{ und}$$

$$v_{n+1} \sim U[0, \beta_s],$$

mit $0 < \beta_w \leq \beta_s$, gezogen werden, existiert ein Gleichgewichtskandidat, in welchem die Bieter $i = 1, \ldots, n$ symmetrisch bieten.

Beweis von Satz 15:
Wir müssen zeigen, dass die inverse Bietfunktionen, welche im Satz 13 charakterisiert wurden, die Eigenschaften erfüllen, von denen wir ausgegangen sind. Insbesondere müssen wir folgende Bedingungen zeigen:
Für alle $b \in \left(0, \bar{b}\,(n)\right)$ gilt $b < \phi_w^*\,(b) < \beta_w$ und $\phi_w^{*\prime}\,(b) > 0$.
Für alle $b \in \left(0, \bar{b}\,(n)\right)$ gilt $b < \phi_s^*\,(b) < \beta_s$ und $\phi_s^{*\prime}\,(b) > 0$.
Wir beweisen nun, dass für alle $b \in \left(0, \bar{b}\,(n)\right)$ das Gleichgewicht in Satz 13 die Eigenschaft $b < \phi_w^*\,(b) < \beta_w$ erfüllt.
Da die linke Seite der Gleichung (62) fallend in $\phi_w^*\,(b)$ ist, brauchen wir nur zu zeigen, dass für $\phi_w^*\,(b) = b$ die linke Seite der Gleichung (62) positiv ist und dass für $\phi_w^*\,(b) = \beta_w$ linke Seite der Gleichung (62) negativ ist.
Definiere $D\,(\phi_w^*\,(b)\,, b)$ als die linke Seite der Gleichung (62):

$$D\,(\phi_w^*\,(b)\,, b) \equiv \phi_w^*\,(b)^{n^2}\, C\,(n)\, b^{n+1} - n\phi_w^*\,(b) + (n+1)\, b. \tag{80}$$

Es gilt

$$\hat{D}\,(b) \equiv D\,(b, b) = b^{n^2+n+1} \cdot C\,(n) + b.$$

Für die Folgerung $D\,(b, b) > 0, \forall b \in \left(0, \bar{b}\,(n)\right)$, reicht es zu zeigen, dass

$$\min_{b \in \left[0, \bar{b}\right]} \hat{D}\,(b) \geq 0$$

und dass $\hat{D}\,(b) \neq 0$ für alle $b \in \left(0, \bar{b}\,(n)\right)$ gilt.
Wir erhalten nach zweimaligen Ableiten:

$$\frac{d^2}{db^2}\hat{D}\,(b) = \left(n^2 + n + 1\right) \cdot \left(n^2 + n\right) \cdot b^{n^2+n-1} \cdot C\,(n) < 0, \forall b > 0. \tag{81}$$

Daher kann das Minimum von $\hat{D}\,(b)$ nur an den Rändern 0 oder β_w sein. Wir bemerken auch, dass $\hat{D}\,(0) = 0$ und $\hat{D}\left(\bar{b}\,(n)\right) \geq 0$, weil $D\left(\beta_w, \bar{b}\,(n)\right) = 0$ und $\frac{\partial}{\partial \phi_w^*(b)} D\,(\phi_w^*\,(b)\,, b) \leq 0$. Somit haben wir bewiesen, dass $\min_{b \in \left[0, \bar{b}\right]} \hat{D}\,(b) \geq 0$.
Wir zeigen nun, dass für alle $b \in \left(0, \bar{b}\,(n)\right)$ gilt, dass $\hat{D}\,(b) \neq 0$. Wir führen einen Widerspruch-Beweis durch. Wir nehmen an, es existiere ein $\tilde{b} \in \left(0, \bar{b}\,(n)\right)$, so dass $\hat{D}\left(\tilde{b}\right) = 0$. An dieser Stelle muss gelten, dass $\hat{D}'\left(\tilde{b}\right) = 0$, denn sonst gäbe es ein $\hat{b} \in \left(\tilde{b} - \varepsilon, \tilde{b} + \varepsilon\right)$, in welchem $\hat{D}\left(\hat{b}\right)$ negativ wäre. Da wir aber aus Gleichung (81) wissen, dass $\hat{D}''\left(\tilde{b}\right) < 0$, folgt, dass es

ein $\varepsilon \in \mathbb{R}_+$ gibt, so dass $\forall b \in \left(\tilde{b} - \varepsilon, \tilde{b}\right)$ gilt, dass $\hat{D}(b) < 0$. Dies widerspricht der Aussage, dass $\min_{b \in [0, \tilde{b}]} \hat{D}(b) \geq 0$. Wir haben somit gezeigt, dass $\phi_w^*(b) > b, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$.
Wir beweisen nun, dass $D(\beta_w, b) < 0, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$. Wir brauchen nur zu zeigen, dass

$$\max_{b \in \left[0, \bar{b}(n)\right]} D(\beta_w, b) \leq 0,$$

und dass $D(\beta_w, b) \neq 0, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$.
Hierzu bemerken wir zunächst, dass

$$\frac{\partial^2}{\partial b^2} D(\beta_w, b) = (n+1)\, n \beta_w^{n^2} C(n)\, b^{n-1} < 0, \forall b > 0. \tag{82}$$

Die erste Ableitung lautet

$$\frac{\partial}{\partial b} D(\beta_w, b) = (n+1)\, \beta_w^{n^2} C(n)\, b^n + (n+1)\,.$$

Daher haben wir

$$\frac{\partial}{\partial b} D(\beta_w, 0) = n + 1 > 0, \text{ und}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial b} D\left(\beta_w, \bar{b}\right) &= (n+1)\, \beta_w^{n^2} C(n)\, \bar{b}^n + (n+1) \\
&= (n+1) \left[\frac{\beta_w - \beta_s}{\beta_s} + 1\right] \\
&= (n+1) \frac{\beta_w}{\beta_s} > 0.
\end{aligned}$$

Da wir aus Gleichung (82) wissen, dass $\frac{\partial^2}{\partial b^2} D(\beta_w, b) < 0, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$, erhalten wir

$$\frac{\partial}{\partial b} D(\beta_w, b) > 0, \forall b \in \left[0, \bar{b}(n)\right]. \tag{83}$$

Wir wissen dadurch, dass

$$\max_{b \in \left[0, \bar{b}(n)\right]} D(\beta_w, b) = D\left(\beta_w, \bar{b}(n)\right) = 0.$$

Wegen Gleichung (83) folgt $D(\beta_w, b) < 0, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$.
Somit haben wir gezeigt, dass $b < \phi_w^*(b) < \beta_w, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$.
Wir zeigen nun, dass eine inverse Bietfunktion existiert, so dass $b < \phi_s^*(b) < \beta_s, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$ erfüllt ist. Dass diese die einzige inverse Bietfunktion im Gleichgewicht ist, folgt direkt aus Satz 14.

Zunächst zeigen wir, dass $\phi_s^* (b) > b$. Aus Gleichung (65) folgt, dass

$$\phi_s^* (b) = \frac{b}{n \left(1 - \frac{b}{\phi_w^*(b)}\right)}.$$

Wir brauchen also nur zu zeigen, dass der Nenner auf der rechten Seite kleiner als 1 ist, beziehungsweise, dass $n \left(1 - \frac{b}{\phi_w^*(b)}\right) - 1 < 0$. Da $b < \phi_w^* (b)$ folgt, dass

$$n \left(1 - \frac{b}{\phi_w^* (b)}\right) - 1 < n \left(1 - \frac{b}{\phi_w^* (b)}\right) - \frac{b}{\phi_w^* (b)}.$$

Andererseits folgt aus Gleichung (62), dass

$$n \left(1 - \frac{b}{\phi_w^* (b)}\right) - \frac{b}{\phi_w^* (b)} = \phi_w^* (b)^{n^2-1} C (n) b^{n+1} < 0,$$

woraus unsere Aussage direkt folgt.

Nun beweisen wir den zweiten Teil der Aussage, dass $\phi_s^* (b) < \beta_s, \forall b \in \left(0, \bar{b} (n)\right)$.

Wir wissen aus Lemma 5, dass $\phi_s^* (b)$ die Bedingung $H (\phi_s^* (b) , b) = 0$ erfüllt. Wir zeigen, jetzt dass für alle $\phi_s \geq \phi_s^* (b) > b$ der Term $\left(\mathrm{n} - \frac{(n+1)b}{\phi_s}\right)$ positiv ist. Aus der Gleichung (79) folgt, dass

$$\left(n - \frac{b}{\phi_s^* (b)}\right)^{n^2-1} \left(n - \frac{(n + 1) b}{\phi_s^* (b)}\right) = - (nb)^{n^2} C (n) b^n > 0. \tag{84}$$

Mit dieser Ungleichung kommen wir zum Schluss, dass $\left(n - \frac{b}{\phi_s^*(b)}\right)^{n^2-1}$ und $\left(n - \frac{(n+1)b}{\phi_s^*(b)}\right)$ entweder beide positiv oder beide negativ sind. Da $\phi_s^* (b) > b$ gilt, ist der erste Ausdruck positiv, und somit muss der zweite Ausdruck auch positiv sein. Wenn also der Ausdruck $\left(\mathrm{n} - \frac{(n+1)b}{\phi_s}\right)$ für $\phi_s = \phi_s^* (b)$ positiv ist und dieser Ausdruck in ϕ_s wächst, ist er für alle $\phi_s > \phi_s^* (b)$ positiv.

Nun betrachten wir die Funktion $H (\phi_s, b)$. Wir ziehen die Schlussfolgerung, dass $H (\beta_s, b) > 0$ und $H (b, b) < 0$, $\forall b \in \left(0, \bar{b} (n)\right)$. Da die Funktion $H (\phi_s, b)$ auf dem Bereich $\phi_s \in (b, \beta_s)$ stetig ist, folgt aus dem Mittelwertsatz, dass es einen Wert $\phi_s = \phi_s^* (b) \in (b, \beta_s)$ geben muss, so dass $H (\phi_s^* (b) , b) = 0$, was wir ja beweisen wollten.

Der erste Teil der Aussage, dass $H (\beta_s, b) > 0$, wird nun hergeleitet. Zunächst bemerken wir, dass $H \left(\beta_s, \bar{b} (n)\right) = 0$, da $\phi_s^* \left(\bar{b} (n)\right) = \beta_s$ gilt. Wir zeigen als nächstes, dass die Funktion $H (\phi_s, b)$ fallend in b auf dem Bereich $b \in (b, \beta_s)$ ist. Der erste Summand in Gleichung (79) ist fallend in b, weil $C (n) < 0$. Der zweite Summand ist auch fallend in b, weil $\left(\mathrm{n} - \frac{(n+1)b}{\phi_s}\right) > 0$ und somit auch $\left(\mathrm{n} - \frac{b}{\phi_s}\right) > 0$. Somit folgt daraus, dass $H (\beta_s, b) > 0, \forall b \in \left(0, \bar{b} (n)\right)$.

Somit kommen wir nun zum zweiten Teil, dass $H(b,b) < 0$. Dies folgt sofort aus Gleichung (79):

$$H(b,b) \equiv (nb)^{n^2} C(n)\, b^n - (n-1)^{n^2-1} < 0.$$

Es konnte also gezeigt werden, dass $b < \phi_s^*(b) < \beta_s, \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$ gilt.
Es reicht nun zu zeigen, dass für alle $b \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$ die Ableitungen $\phi_w^{*\prime}(b)$ und $\phi_s^{*\prime}(b)$ positiv sind.
Aus den Gleichungen (62) und (80) wissen wir, dass

$$D\left(\phi_w^*(b), b\right) = 0.$$

Somit folgt aus den Sätzen über implizite Funktionen, dass

$$\frac{d\phi_w^*(b)}{db} = -\frac{\partial D/\partial b}{\partial D/\partial \phi_w^*(b)}.$$

Es gilt weiter:

$$\frac{\partial D}{\partial \phi_w^*(b)} = n^2 \phi_w^*(b)^{n^2-1} C(n)\, b^{n+1} - n < 0.$$

Für unsere Schlussfolgerung genügt somit die Eigenschaft, dass $\partial D/\partial b > 0$. Es gilt:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial D}{\partial b} &= (n+1)\, \phi_w^*(b)^{n^2} C(n)\, b^n + (n+1) \\
&= (n+1)\left(\phi_w^*(b)^{n^2} C(n)\, b^n + 1\right).
\end{aligned}$$

Weil $\phi_w^*(b) > b$, wissen wir aus Gleichung (62), dass

$$\phi_w^*(b)^{n^2} C(n)\, b^n = n\frac{\phi_w^*(b)}{b} - (n+1) > -1.$$

Daher folgt, dass $\partial D/\partial b > 0$.
Aus der Gleichung

$$H\left(\phi_s^*(b), b\right) = 0$$

folgt, dass

$$\frac{d\phi_s^*(b)}{db} = -\frac{\partial H/\partial b}{\partial H/\partial \phi_s^*(b)}.$$

Weil der Term $\left(\mathrm{n} - \frac{(n+1)b}{\phi_s^*(b)}\right)$ positiv ist, erhalten wir aus Gleichung (62), dass

$$\frac{\partial H}{\partial \phi_s^*(b)} > 0.$$

Aus Gleichung (62) folgt auch, dass

$$\frac{\partial H}{\partial b} < 0,$$

weil $C(n) < 0$. Somit haben wir auch gezeigt, dass $\phi_s^{*\prime}(b) > 0$.

□

8.5.3 Existenz eines eindeutigen Gleichgewichts

Bisher wurde bei der Maximierung nur die Bedingung erster Ordnung berücksichtigt. Zur Vervollständigung des Beweises von Satz 13 wollen wir nun eine hinreichende Bedingung vorstellen, welche in der gegebenen Situation erfüllt ist. Das Konzept ist unter dem Namen Pseudokonkavität bekannt und ist eine schwächere Bedingung als die Konkavität.

Satz 16 *Die Lösung des aus der Bedingung erster Ordnung (67) folgenden Differentialgleichungssystems, das durch die Gleichungen (62) und (65) beschrieben wird, ist ein eindeutiges Gleichgewicht.*

Beweis von Satz 16:

Im letzten Abschnitt haben wir schon gezeigt, dass ein eindeutiger Gleichgewichtskandidat existiert. Um zu beweisen, dass dieser auch tatsächlich ein Gleichgewicht ist, müssen wir zeigen, dass dieser Kandidat das Maximierungsproblem (66) löst.

$b_i^*(v)$ erfüllt die Bedingung erster Ordnung $\frac{\partial}{\partial b} U_i(b^*(v), v) \stackrel{!}{=} 0$, da $\phi_i^*(b)$ das aus der Bedingung erster Ordnung folgende Differentialgleichungssystem erfüllt.

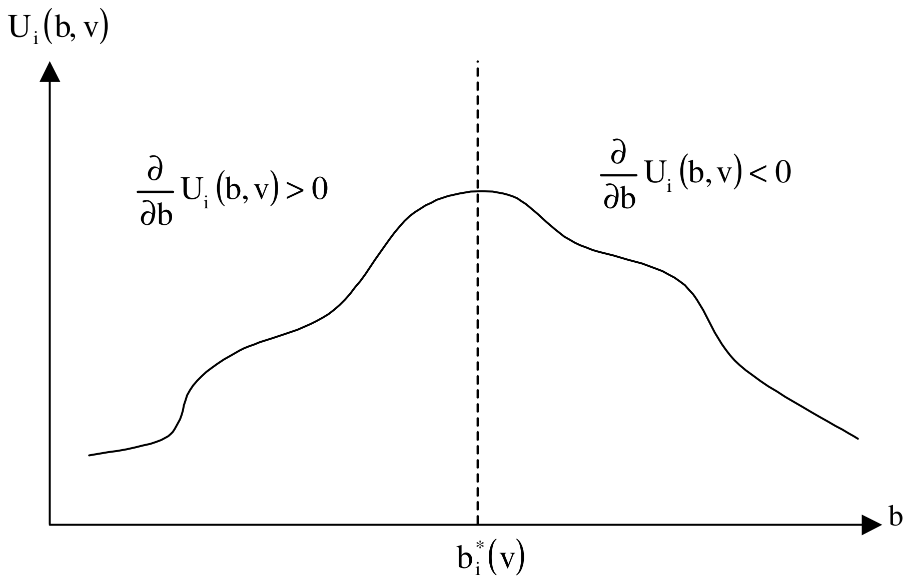
Als hinreichende Bedingung verwenden wir das Konzept der Pseudokonkavität. Die Funktion $U_i(b, v)$ ist pseudokonkav in Bezug auf die Variable b, falls sie folgende Eigenschaften erfüllt:[123]

Für alle $\hat{b} < b_i^*(v)$ gilt $\frac{\partial}{\partial b} U_i\left(\hat{b}, v\right) > 0$ und für alle $\hat{b} > b_i^*(v)$ gilt $\frac{\partial}{\partial b} U_i\left(\hat{b}, v\right) < 0$. Eine pseudokonkave Funktion haben wir in Abbildung 9 dargestellt.

Wir sehen, dass links vom Optimum die Funktion steigend ist, und rechts vom Optimum fallend. Daher ist es klar, dass die Funktion beim Optimum $b_i^*(v)$ ihren höchsten Punkt erreicht.

[123] Hier ist sie pseudokonkav im strikten Sinne.

Abbildung 9: Pseudokonkave Funktion



Wir werden nun zeigen, dass die zu maximierende Funktion in Gleichung (66) die Eigenschaft der Pseudokonkavität erfüllt.

Wir nehmen zunächst an, dass $\hat{b} < b_i^*(v)$. Wir definieren $\hat{v} = \phi_i^*\left(\hat{b}\right)$. Da wir aus dem letzten Abschnitt wissen, dass $b_i^{*\prime}(v) > 0$, erhalten wir, dass $\hat{v} < v$.

Weil $\hat{v}$ durch $\hat{v} = \phi_i^*\left(\hat{b}\right)$ definiert ist, erfüllen $\hat{v}$ und $\hat{b}$ die Bedingung erster Ordnung aus Gleichung (67):

$$\frac{\partial}{\partial b} U_i\left(\hat{b}, \hat{v}\right) = -\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} F_j\left(\phi_j^*\left(\hat{b}\right)\right) + \left(\hat{v} - \hat{b}\right) \cdot \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^{*\prime}\left(\hat{b}\right) f_j\left(\phi_j^*\left(\hat{b}\right)\right) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq j \\ k\neq i}}^{n+1} F_k\left(\phi_k^*\left(\hat{b}\right)\right)\right) \stackrel{!}{=} 0.$$

Hieraus ist auch direkt einsichtig, dass der Term, mit welchem $\left(\hat{v} - \hat{b}\right)$ multipliziert wird, positiv ist. Da $\hat{v} < v$, erhalten wir daher, dass

$$\frac{\partial}{\partial b} U_i\left(\hat{b}, v\right) = -\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} F_j\left(\phi_j^*\left(\hat{b}\right)\right) + \left(v - \hat{b}\right) \cdot \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n+1} \phi_j^{*\prime}\left(\hat{b}\right) f_j\left(\phi_j^*\left(\hat{b}\right)\right) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k\neq j \\ k\neq i}}^{n+1} F_k\left(\phi_k^*\left(\hat{b}\right)\right)\right) > 0.$$

Ein ähnliches Argument beweist die nötige Eigenschaft für $\hat{b} > b_i^*(v)$.

8.5.4 Komparative Statik

Wir möchten in diesem Abschnitt die komparative Statik des Zwei-Bieter-Modells auf das Modell mit n+1 Bieter erweitern. Uns interessiert, wie sich das Bietverhalten bei einer Variation der Stärke der Bieter verändert.
Die erste Beziehung ist das Resultat, dass schwache Bieter aggressiver bieten als starke Bieter. Für den Zwei Bieter Fall, wurde dieses Resultat allgemein von Maskin und Riley (2000a) bewiesen. Für den n-Bieter-Fall, in welchem alle Bieter denselben Wertebereich haben, hat Lebrun (1999a) dieses Resultat schon bewiesen (siehe auch Lebrun (1997)).

Korollar 3

$$\phi_s(b) > \phi_w(b).$$

Beweis von Korollar 3:
Nachdem wir die Gleichung (65) in die Gleichung (62) einsetzen, erhalten wir

$$b\phi_w^*(b)\left[\phi_s^*(b)^{-1} - \phi_w^*(b)^{-1}\right] = (n(\phi_w^*(b) - b) - b) = \phi_w^*(b)^{n^2} C(n) b^{n+1} < 0.$$

Hieraus folgt $\left(\phi_s^*(b)^{-1} - \phi_w^*(b)^{-1}\right) < 0$ und somit das Resultat.

□

Dies scheint einleuchtend zu sein. Ein schwacher Bieter steht nebst den übrigen schwachen Bietern auch dem starken gegenüber. Da dieser mit grösserer Wahrscheinlichkeit höhere Wertschätzungen hat, wird der schwache Bieter höher bieten müssen, um diesen Nachteil wettzumachen. Der starke Bieter steht dagegen nur schwachen Bietern gegenüber und kann es sich daher leisten, tiefer zu bieten.
Für diese Interpretation sprechen auch die folgenden Resultate, welche die Vermutung bestätigen, dass ein Bieter umso aggressiver bietet je stärker seine Gegner sind und je schwächer er selbst ist.

Korollar 4

$$\frac{\partial \phi_w(b)}{\partial \beta_s} < 0.$$

Beweis von Korollar 4:

$\phi_w^*(b)$ erfüllt die implizite Gleichung

$$D\left(\phi_w^*(b), b\right) = 0.$$

Aus den Sätzen über implizite Funktionen folgt:

$$\frac{d\phi_w^*(b)}{d\beta_s} = -\frac{\partial D/\partial\beta_s}{\partial D/\partial\phi_w}.$$

Aus Gleichung (62) haben wir

$$\frac{\partial D}{\partial\phi_w^*(b)} = n^2\phi_w^*(b)^{n^2-1}C(n)\,b^{n+1} - n < 0,$$

weil $C(n) < 0$. Weiter erhalten wir

$$\frac{\partial D}{\partial\beta_s} = \phi_w^*(b)^{n^2}\,b^{n+1}\frac{\partial C(n)}{\partial\beta_s}.$$

Aus Gleichung (63) wissen wir:

$$\begin{aligned}\frac{\partial C(n)}{\partial\beta_s} &= -\frac{1}{\beta_w^{n^2}}\bar{b}(n)^{-n}\beta_w\beta_s^{-2} - n\frac{1}{\beta_w^{n^2}}\bar{b}(n)^{-n-1}\left(\frac{\beta_w}{\beta_s}-1\right)\frac{\partial\bar{b}(n)}{\partial\beta_s}\\ &= \frac{\bar{b}(n)^{-n}\beta_s^{-2}}{\beta_w^{n^2}}\left(\beta_w\left(-1+\frac{\bar{b}(n)}{\beta_s}\right)-\bar{b}(n)\right) < 0,\end{aligned}$$

wobei wir nach dem zweiten Gleichheitszeichen die Tatsache aus Gleichung (64) benützt haben, dass

$$\frac{\partial\bar{b}(n)}{\partial\beta_s} = \bar{b}(n)^2\,\frac{1}{n}\frac{1}{\beta_s^2} > 0.$$

Aus $\partial C(n)/\partial\beta_s < 0$ folgt somit, dass $\partial D/\partial\beta_s < 0$ und dass $d\phi_w^*(b)/d\beta_s < 0$.

□

Das Korollar 4 sagt aus, dass die schwachen Bieter im Gleichgewicht umso aggressiver bieten, je stärker der starke Bieter ist.

Korollar 5

$$\frac{\partial\phi_s^*(b)}{\partial\beta_w} < 0.$$

Beweis von Korollar 5:

$\phi_s^*(b)$ erfüllt die implizite Gleichung $H\left(\phi_s^*(b), b\right) = 0$. Aus den Sätzen über implizite Funktionen folgt

$$\frac{d\phi_s^*(b)}{d\beta_w} = -\frac{\partial H/\partial \beta_w}{\partial H/\partial \phi_s^*(b)}.$$

Aus Gleichung (79) folgt

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial \phi_s^*(b)} &= \left(n^2-1\right)\left(n-\frac{b}{\phi_s^*(b)}\right)^{n^2-2}\left(n-\frac{(n+1)\,b}{\phi_s^*(b)}\right)\frac{b}{\phi_s^*(b)^2} \\ &\quad + \left(n-\frac{b}{\phi_s^*(b)}\right)^{n^2-1}\frac{(n+1)\,b}{\phi_s^*(b)^2} > 0,\end{aligned}$$

da wir aus dem Beweis von Satz 15 wissen, dass

$$\left(n-\frac{(n+1)\,b}{\phi_s^*(b)}\right) > 0.$$

Weiter gilt:

$$\frac{\partial H}{\partial \beta_w} = n^{n^2} b^{n^2+n}\frac{\partial C(n)}{\partial \beta_w}.$$

Aus der Gleichung (63) haben wir:

$$\frac{\partial C(n)}{\partial \beta_w} = \frac{\bar{b}(n)^{-n}}{\beta_w^{n^2-1}\beta_s}\frac{\beta_s}{\beta_w^2} - \frac{\bar{b}(n)^{-n}}{\beta_s}\left(1-\frac{\beta_s}{\beta_w}\right)\left(n^2-1\right)\beta_w^{-n^2} - \frac{\left(1-\frac{\beta_s}{\beta_w}\right)}{\beta_w^{n^2-1}\beta_s} n\bar{b}(n)^{-n-1}\frac{\partial \bar{b}(n)}{\partial \beta_w}.$$

Aus Gleichung (64) wissen wir weiter:

$$\frac{\partial \bar{b}(n)}{\partial \beta_w} = \frac{\bar{b}(n)^2}{\beta_w^2} > 0.$$

Somit folgt, dass $\partial C(n)/\partial \beta_w > 0$ und $d\phi_s^*(b)/d\beta_{\beta_w} < 0.$

□

Korollar 5 sagt aus, dass der starke Bieter umso aggressiver bietet, je stärker die schwachen Bieter sind.

Korollar 6

$$\frac{\partial \phi_s^*(b)}{\partial \beta_s} > 0.$$

Beweis von Korollar 6:

Aus Gleichung (79) und den Sätzen über implizite Funktionen folgt:

$$\frac{d\phi_s^*(b)}{d\beta_s} = -\frac{\partial H/\partial\beta_s}{\partial H/\partial\phi_s^*(b)}.$$

Aus dem Beweis von Korollar 5 übernehmen wir: $\partial H/\partial\phi_s^*(b) > 0$. Aus Gleichung (79) folgt weiter

$$\frac{\partial H}{\partial\beta_s} = n^{n^2} b^{n^2+n} \frac{\partial C(n)}{\partial\beta_s}.$$

Da wir aus dem Beweis von Korollar 4 schon wissen, dass $\partial C(n)/\partial\beta_s < 0$, folgt, dass $\partial H/\partial\beta_s < 0$ und $d\phi_s^*(b)/d\beta_s > 0$. □

Das Korollar 6 sagt aus, dass der starke Bieter umso weniger aggressiv bietet, je stärker er ist.

Korollar 7

$$\frac{\partial\phi_w^*(b)}{\partial\beta_w} > 0.$$

Beweis von Korollar 7:

Aus Gleichung (62) und den Sätzen über implizite Funktionen folgt:

$$\frac{d\phi_s^*(b)}{d\beta_w} = -\frac{\partial D/\partial\beta_w}{\partial D/\partial\phi_s^*(b)}.$$

Aus dem Beweis des Korollars 4 wissen wir schon, dass $\partial D/\partial\phi_s^*(b) < 0$. Aus Gleichung (62) folgt weiter:

$$\frac{\partial D}{\partial\beta_w} = \phi_w^*(b)^{n^2} b^n \frac{\partial C(n)}{\partial\beta_w}.$$

Da wir aus Korollar 5 schon wissen, dass $\partial C(n)/\partial\beta_w > 0$, ergibt sich, dass $\partial D/\partial\beta_w > 0$ und $d\phi_w/d\beta_w > 0$. □

Korollar 7 sagt aus, dass die schwachen Bieter umso weniger aggressiv bieten, je stärker sie sind. Dieses Korollar ist das Einzige, welches einen kurzen Kommentar benötigt. Was wir zeigen wollen, ist, dass ein schwacher Bieter umso aggressiver bietet, je schwächer er ist. Dies kann aber in unserem Modell nicht gezeigt werden. Wenn wir nur die Stärke eines einzigen schwachen Bieters verändern, dann befinden wir uns in einem Modell, in welchem $n-1$ schwache, ein starker und ein schwacher Bieter, dessen Stärke verändert wurde, vorhanden sind. Das Gleichgewicht dieses Modells haben wir nicht berechnet.

Das Korollar 7 untersucht ein dem gewünschtem Resultat sehr nahes Ergebnis. Statt nur die Stärke eines schwachen Bieters zu verändern, werden die Stärken aller schwachen Bieter

variiert, um in unserem Modell mit 2 Klassen von Bietern zu bleiben. Hierdurch werden verschiedene Effekte vermischt. Einerseits werden die Stärken von $n-1$ Gegner erhöht. Dabei haben wir die Vorstellung, dass dies dazu führt, dass der schwache Bieter aggressiver bietet. Andererseits wird auch die eigene Stärke des schwachen Bieters erhöht, was einen gegensätzlichen Effekt erzeugt. Wenn diese Interpretation korrekt ist, dann bedeutet Korollar 7, dass der Effekt der eigenen Stärke den Effekt der gegnerischen Stärken überwiegt, so dass der schwache Bieter weniger aggressiv bietet.
Dieses Ergebnis kann anhand symmetrischen Auktion illustrieren und bestätigen. Wir wissen, dass bei symmetrischen Bietern die inverse Bietfunktion die Form

$$\phi^* (b) = \frac{n+1}{n} \cdot b$$

hat. Dies gilt unabhängig von der Stärke der Bieter. Wenn wir in diesem Fall die Stärke aller Bieter verändern würden, dann balancieren sich die beiden genannten Effekte gerade aus. Um ein Vergleich zum Korollar 7 zu erhalten, betrachten wir eine Verminderung von $n-1$ Stärken. Dieselbe Situation können wir auch erhalten, wenn wir zuerst alle n Stärken senken und dann eine Stärke erhöhen. Beim ersten Schritt bleiben die inversen Bietfunktionen gleich. Beim zweiten Schritt bieten die schwachen Bieter gemäss Korollar 4 aggressiver, was dann auch dem Gesamteffekt entspricht. Somit haben wir an diesem Fall intuitiv zeigen können, dass der Effekt der eigenen Stärke den Effekt der gegnerischen Stärken überwiegt.

8.5.5 Der Wettbewerbseffekt

In diesem Abschnitt wollen wir ein Resultat beweisen, welches in der Literatur über asymmetrische Modelle bisher fehlte: Auch bei asymmetrischen Bietern, bieten die Bieter aggressiver, je mehr Bieter an der Auktion teilnehmen.[124]
Um den Rahmen unseres Modells nicht zu verlassen, untersuchen wir nur die Frage, wie sich das Bietverhalten der Bieter verändert, wenn ein zusätzlicher schwacher Bieter teilnimmt. Wir vergleichen somit eine Auktion, in der n schwache und ein starker Bieter teilnehmen, mit einer Auktion, in welcher $n+1$ schwache und ein starker Bieter teilnehmen. Um diesen Vergleich durchzuführen, führen wir eine neue Notation ein: $\phi_j^{[n]*} (b) \, (\forall j = w, s)$ ist die inverse Bietfunktion eines Bieter j im Gleichgewicht, wenn n schwache Bieter an der Auktion teilnehmen, während $\phi_j^{[n+1]*} (b)$ die entsprechende inverse Bietfunktion bei $n+1$ schwachen Bietern ist.

[124] Diese Aussage kann zumindest für das in diesem Kapitel betrachtete Modell gezeigt werden.

Wir zeigen als erstes, dass ein schwacher Bieter umso aggressiver bietet, je mehr schwache Bieter teilnehmen.

Satz 17

$$\phi_w^{[n]*}(b) > \phi_w^{[n+1]*}(b), \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right].$$

Beweis von Satz 17:
Aus Gleichung (64) übernehmen wir, dass $\bar{b}(n) < \bar{b}(n+1)$. Weil die inverse Bietfunktion in b steigt, folgt:

$$\beta_w = \phi_w^{[n]*}\left(\bar{b}(n)\right) = \phi_w^{[n+1]*}\left(\bar{b}(n+1)\right) > \phi_w^{[n+1]*}\left(\bar{b}(n)\right).$$

Da die inverse Bietfunktionen stetig sind, gilt, dass ein $\tilde{b} < \bar{b}(n)$ existiert, so dass für alle $b \in \left(\tilde{b}, \bar{b}(n)\right]$ gilt:

$$\phi_w^{[n]*}(b) > \phi_w^{[n+1]*}(b).$$

Wir definieren $\hat{b}$ als das kleinste $\tilde{b}$, so dass die letzte Beziehung noch gilt. Die Situation ist in Abbildung 10 illustriert.
Es sind Fälle zu unterscheiden: $\hat{b} = 0$ oder $\hat{b} > 0$. Im ersten Fall folgt unsere Behauptung direkt aus der Definition von $\hat{b}$.
Es sei also angenommen, dass $\hat{b} > 0$. Weil die inversen Bietfunktionen stetig in b sind, folgt aus der Definition von $\hat{b}$, dass $\phi_w^{[n]*}\left(\hat{b}\right) = \phi_w^{[n+1]*}\left(\hat{b}\right)$. Nun vergleichen wir die Ableitungen der beiden inversen Bietfunktionen an der Stelle $\hat{b}$.
Wir setzen die Gleichung (65) in Gleichung (72), und erhalten hierbei

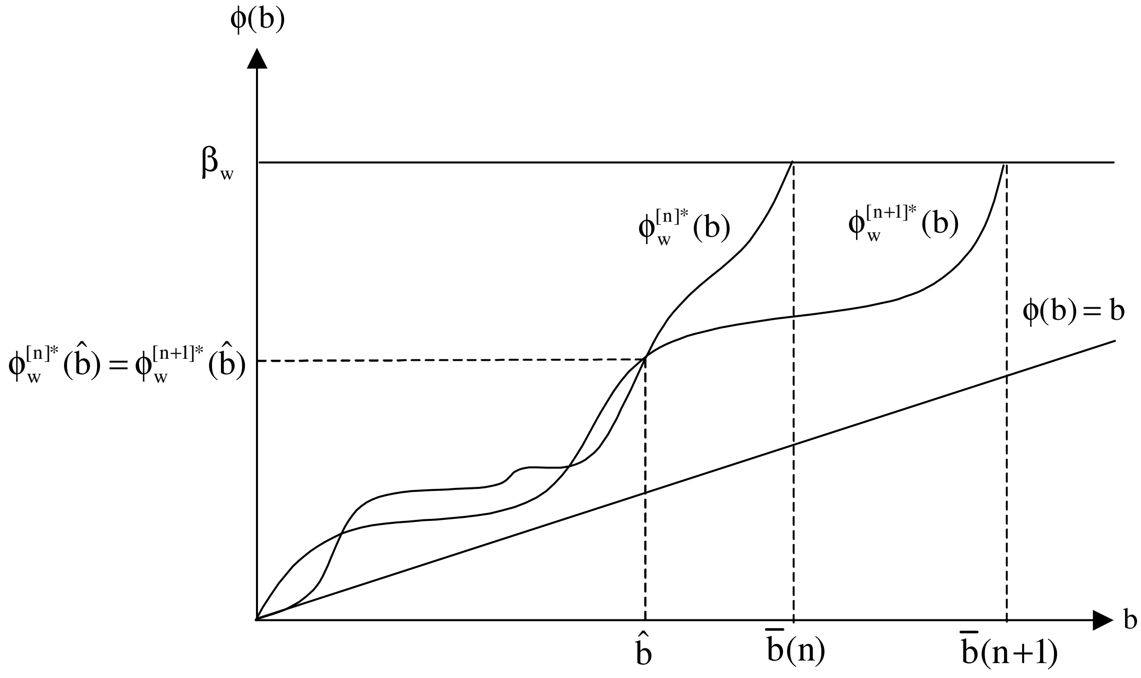
$$\phi_w^{[n]*\prime}\left(\hat{b}\right) = \frac{\phi_w^{[n]*}\left(\hat{b}\right)}{\frac{\hat{b}\phi_w^{[n]*}\left(\hat{b}\right)}{\phi_w^{[n]*}\left(\hat{b}\right)-\hat{b}} - n\hat{b}}$$

und

$$\phi_w^{[n+1]*\prime}\left(\hat{b}\right) = \frac{\phi_w^{[n+1]*}\left(\hat{b}\right)}{\frac{\hat{b}\phi_w^{[n+1]*}\left(\hat{b}\right)}{\phi_w^{[n+1]*}\left(\hat{b}\right)-\hat{b}} - (n+1)\,\hat{b}}.$$

Da $\phi_w^{[n]*}\left(\hat{b}\right) = \phi_w^{[n+1]*}\left(\hat{b}\right)$, erhalten wir: $\phi_w^{[n+1]*\prime}\left(\hat{b}\right) > \phi_w^{[n]*\prime}\left(\hat{b}\right)$. Daher existiert ein genügend kleines $\varepsilon > 0$, welches die Bedingung $\varepsilon < \bar{b}(n) - \hat{b}$ erfüllt, so dass für alle $b \in \left(\hat{b}, \hat{b}+\varepsilon\right]$ gilt:

Abbildung 10: Definition von $\hat{b}$



$$\phi_w^{[n]*}(b) < \phi_w^{[n+1]*}(b) .$$

Dies widerspricht jedoch der Definition von $\hat{b}$. Es kann also keine solche Variable geben und somit wurde gezeigt, dass

$$\phi_w^n(b) > \phi_w^{n+1}(b), \forall b \in \left(0, \bar{b}(n)\right) .$$

□

Der Beweis für den starken Bieter basiert auf der gleichen Grundidee wie der Beweis für den schwachen. Da die einzelnen Schritte jedoch etwas schwieriger sind, bevorzugen wir, einige benötigten Resultate in Lemmata innerhalb dieses Beweises festzuhalten.

Satz 18

$$\phi_s^{[n]*}(b) > \phi_s^{[n+1]*}(b), \forall b \in \left[0, \bar{b}(n)\right] . \tag{85}$$

Beweis von Satz 18:

Lemma 6 *Es existiert ein $\varepsilon > 0$, so dass für alle $b \in \left[\bar{b}(n) - \varepsilon, \bar{b}(n)\right]$ gilt:*

$$\phi_s^{[n]*}(b) > \phi_s^{[n+1]*}(b).$$

Beweis von Lemma 6:
Aus Gleichung (64) folgt:

$$\bar{b}(n) = \frac{1}{\frac{1}{\beta_w} + \frac{1}{n\beta_s}} < \frac{1}{\frac{1}{\beta_w} + \frac{1}{(n+1)\beta_s}} = \bar{b}(n+1).$$

Weil die inversen Bietfunktionen strikt in b steigen, erhalten wir

$$\phi_s^{[n]*}\left(\bar{b}(n)\right) = \beta_s = \phi_s^{[n+1]*}\left(\bar{b}(n+1)\right) > \phi_s^{[n+1]*}\left(\bar{b}(n)\right).$$

Da die inversen Bietfunktionen auch noch stetig sind, schliessen wir, dass ein $\varepsilon > 0$ existiert, so dass für alle $b \in \left(\bar{b}(n) - \varepsilon, \bar{b}(n)\right]$ gilt, dass

$$\phi_s^{[n]*}(b) > \phi_s^{[n+1]*}(b).$$

$\square$

Gegeben Lemma 6, existiert ein $\tilde{b} \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$, so dass

$$\phi_s^{[n+1]*}(b) < \phi_s^{[n]*}(b), \forall b \in \left(\tilde{b}, \bar{b}(n)\right].$$

$\hat{b}$ definieren wir als das kleinste $\tilde{b} \in \left(0, \bar{b}(n)\right)$, so dass die letzte Ungleichung noch erfüllt ist. Wegen der Stetigkeit der inversen Bietfunktionen erhalten wir bei diesem Wert

$$\phi_s^{[n+1]*}\left(\hat{b}\right) = \phi_s^{[n]*}\left(\hat{b}\right) \equiv \hat{\phi}_s.$$

Wir vergleichen nun die Steigung der beiden inversen Bietfunktionen bei $\hat{b}$.
Nachdem wir die Gleichung (72) in Gleichung (71) einsetzen, erhalten wir:

$$\phi_s^{[n]*\prime}\left(\hat{b}\right) = \hat{\phi}_s \cdot \left(\frac{1}{\phi_w^{[n]*}\left(\hat{b}\right) - \hat{b}} - \frac{n-1}{n}\frac{1}{\hat{\phi}_s - \hat{b}}\right). \tag{86}$$

Wenn wir Gleichung (65) nach der inversen Bietfunktion des schwachen Bieters auflösen, erhalten wir:

$$\phi_w^{[n]*}\left(\hat{b}\right) = \frac{nb\hat{\phi}_s}{n\hat{\phi}_s - \hat{b}}. \tag{87}$$

Wir setzen Gleichung (87) in Gleichung (86) und erhalten nach einigen kurzen Umformungen:

$$\phi_s^{[n]*\prime}\left(\hat{b}\right) = \hat{\phi}_s \left(-\frac{1}{\hat{\phi}_s - \hat{b}} - \frac{1}{\hat{b}} + \frac{1}{n\left(\hat{\phi}_s - \hat{b}\right)} + \frac{n\hat{\phi}_s}{\hat{b}^2} \right). \tag{88}$$

Der relevante Term, um $\phi_s^{[n]*\prime}\left(\hat{b}\right)$ mit $\phi_s^{[n+1]*\prime}\left(\hat{b}\right)$ zu vergleichen, ist

$$A(n) \equiv \frac{1}{n\left(\hat{\phi}_s - \hat{b}\right)} + \frac{n\hat{\phi}_s}{\hat{b}^2}.$$

Um $A(n)$ mit $A(n+1)$ zu vergleichen, machen wir Gebrauch von folgendem Lemma.

Lemma 7

$$\phi_s^{[n]*}(b) > \frac{n+1}{n} b.$$

Beweis von Lemma 7:

Aus dem Beweis von Satz 15 wissen wir, dass

$$\left(n - \frac{(n+1)\, b}{\phi_s^{[n]*}(b)} \right) > 0.$$

Das Resultat folgt, wenn wir diese Ungleichung nach $\phi_s^{[n]*}(b)$ auflösen.

$\square$

Lemma 8

$$A(n) < A(n+1).$$

Beweis von Lemma 8:

Aus der Definition von $A(n)$ folgt:

$$\frac{\partial A(n)}{\partial n} = \frac{\hat{\phi}_s}{\hat{b}^2} - \frac{1}{n^2\left(\hat{\phi}_s - \hat{b}\right)}$$

Um die Behauptung zu beweisen, reicht es zu zeigen, dass $\frac{\partial A(n)}{\partial n} > 0$.

Aus Lemma 7 wissen wir, dass

$$\hat{\phi}_s > \frac{n+1}{n}\hat{b}, \text{ und}$$

$$\hat{\phi}_s - \hat{b} > \frac{1}{n}\hat{b}.$$

$$\Rightarrow \hat{\phi}_s \left(\hat{\phi}_s - \hat{b}\right) > \frac{n+1}{n}\hat{b}\frac{1}{n}\hat{b} = \frac{n+1}{n^2}\hat{b}^2 > \frac{\hat{b}^2}{n^2}.$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{\phi}_s}{\hat{b}^2} > \frac{1}{n^2\left(\hat{\phi}_s - \hat{b}\right)}.$$

Hieraus folgt, dass $\partial A\left(n\right)/\partial n > 0$ und somit stimmt die Behauptung.

□

Aus Lemma 8 und Gleichung (88), folgern wir, dass

$$\phi_s^{[n]*\prime}\left(\hat{b}\right) < \phi_s^{[n+1]*\prime}\left(\hat{b}\right).$$

Also existiert ein $\varepsilon > 0$, so dass für alle $b \in \left(\hat{b}, \hat{b}+\varepsilon\right)$ gilt:

$$\phi_s^{[n]*}\left(b\right) < \phi_s^{[n+1]*}\left(b\right).$$

Dies widerspricht jedoch der Definition von $\hat{b}$, aus welcher folgt, dass für alle $b \in \left(\hat{b}, \overline{b}\left(n\right)\right]$ gilt, dass

$$\phi_s^{[n]*}\left(b\right) > \phi_s^{[n+1]*}\left(b\right).$$

□

8.6 Schlussfolgerung

In diesem Kapitel haben wir eine asymmetrische Auktion mit n schwachen und einen starken Bietern analysiert. Aufgrund der speziellen Struktur des Modells ist es uns gelungen, das Gleichgewicht des Auktionsspiels einfacher zu charakterisieren als es bisher in der Literatur möglich war. Wir haben gezeigt, dass ein Gleichgewicht existiert, und dass es nur einen gibt, bei welchem die schwachen Bieter symmetrisch bieten. Wir konnten das aus anderen Modellen bekannte Resultat bestätigen, dass ein schwacher Bieter aggressiver als ein starker Bieter bietet.

Im Gegensatz zur existierenden Literatur ist uns eine genauere komparative Statik gelungen. Wir konnten zeigen, dass die Bieter umso aggressiver bieten, je stärker ihre Konkurrenten sind. Dieses Resultat verdeutlicht eine neue Dimension des Wettbewerbs. Statt nur eine höhere Anzahl Bieter führt nun auch eine höhere Stärke der Konkurrenten zu einem stärkeren Wettbewerb.

Weiter konnte auch gezeigt werden, dass der starke Bieter umso aggressiver bietet, je schwächer er selbst ist. Die Resultate sind auch konsistent mit der Vermutung, dass die schwachen Bieter umso aggressiver bieten, je schwächer sie sind.
Diese Resultate der komparativen Statik bilden eine Erklärung für das bekannte erste Ergebnis, dass ein schwacher Bieter ein aggressiveres Gebot abgibt als ein starker. In einer Auktion mit symmetrischen Bietern verhalten sich die Teilnehmer symmetrisch. Wenn wir nun die Stärke eines Bieters erhöhen, folgt, dass dieser Teilnehmer weniger aggressiv bietet, während die übrigen aggressiver bieten.
In diesem Kapitel gelang uns auch, eines der wichtigsten Ergebnissen der symmetrischen Auktion auf eine asymmetrische Auktion zu erweitern: Je mehr Bieter an der Auktion teilnehmen, desto aggressiver bieten die Konkurrenten. Diese Errungenschaft ist insbesondere wichtig, weil dieser Wettbewerbseffekt in der Literatur noch bei keinem asymmetrischen Modell gezeigt werden konnte.
Die Resultate können auf das Submissionswesen übertragen werden. Das Resultat des Wettbewerbseffekt bei einer erhöhten Teilnehmerzahl spricht dafür, dass die Asymmetrie in der Frage der Liberalisierung keine wesentliche Rolle spielt. Eine Erhöhung der Teilnehmerzahl senkt die erwartete Kosten der Beschaffungsstelle.
Die Zusammenhänge der komparativen Statik können einen negativen Einfluss auf die Investitionstätigkeit der Firmen haben. Diese wünschen generell als schwache Firmen angesehen zu werden, damit die Konkurrenten weniger aggressiv bieten. Somit kann es geschehen, dass auf effiziente Investitionen verzichtet wird, in der Erwartung, dass die Konkurrenten danach aggressiver bieten würden, weil die Stärke der Firma durch solche Investitionen zunehmen würde. Solchen negativen Effekten kann man mit einer Zweitpreisausschreibung zuvorkommen, weil dort die Firmen unabhängig von der Stärke der Konkurrenten ihre wahren Kosten bieten.

9 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Der Beschaffungsstelle stehen zwei grundsätzliche Ziele zur Verfügung: Sie kann einerseits versuchen, ihre Kosten möglichst tief zu halten, oder andererseits nach einem Verfahren suchen, welches eine gesellschaftlich effiziente Allokation impliziert. Es liegt nicht im Rahmen dieser Arbeit zu diskutieren, welches dieser Ziele Priorität erhalten sollte. Solange eine Massnahme beide Ziele in gleicher Richtung beeinflusst, ist die Bewertung klar. Bei konträrer Beeinflussung kann der Leser selber entscheiden, welches Ziel er für wichtiger hält. In dieser Arbeit wird darzustellen versucht, wie ein Verfahren beide Ziele beeinflusst. Es wird für die Analyse meistens das "symmetrische, unabhängige, private Werte" Modell verwendet und es wird durchwegs vereinfachend davon ausgegangen, dass die Wirtschaftsakteure risiko-neutral sind.

Wir erkennen in dem in der Praxis angewendete Verfahren eine "Erstpreisausschreibung" ohne Teilnahmegebühr und ohne Höchstpreis. Dieses Verfahren wird zunächst analysiert. Wir leiten das bekannte Resultat der "Kostenäquivalenz" her. Es besagt, dass eine grosse Familie von Verfahren, darunter auch die "Erstpreisausschreibung", dieselben erwarteten Kosten impliziert.

Die hergeleiteten Gebotsfunktionen machen aus ökonomischer Sicht Sinn. Sie sind steigend in den Kosten und fallend in der Anzahl der Bieter. Dieser Zusammenhang zwischen den Geboten und der Anzahl Bieter ist eine Möglichkeit, den Einfluss eines höheren Wettbewerbs darzustellen. Es folgt als einfache Implikation hieraus, dass die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle mit einer steigenden Anzahl Bieter sinken.

Die "Erstpreisausschreibung" schneidet gut ab, wenn wir das Ziel einer gesellschaftlich effizienten Allokation verfolgen. Sie ist nur dann ineffizient, wenn der Wert, den der Auftrag für die Bevölkerung hat, geringer als die höchstmöglichen Kosten der Firmen ist. In diesem Fall kann es geschehen, dass die Beschaffungsstelle für den Auftrag mehr zu zahlen hätte als es ihr wert ist. Dieser Umstand kann jedoch einfach behoben werden, indem wir einen Höchstpreis auf der Höhe des Wertes, den der Auftrag für die Bevölkerung hat, setzen. Dieses modifizierte Verfahren ist dann effizient und kostengünstiger als die Erstpreisausschreibung ohne Höchstpreis.

Es gibt allerdings kostengünstigere Verfahren. Ein solches ist z.B. eine Erstpreisausschreibung mit einem geeigneten Höchstpreis, der geringer ist als der eben beschriebene. Ein anderes Beispiel wäre eine Erstpreisausschreibung mit einer geeignet hohen Teilnahmegebühr, welche die Bieter der Beschaffungsstelle zu zahlen hätten. Alle diese kostengünstigsten Verfahren haben jedoch gemeinsam, dass sie ineffizient sind. Es kann insbesondere geschehen, dass ein

Auftrag nicht vergeben wird, obwohl es Firmen gibt, deren Kosten unter der Zahlungsbereitschaft der Beschaffungsstelle liegen. Die geringeren erwarteten Kosten werden somit durch Ineffizienzen erkauft.

Im Vergleich zu einer Verhandlung hat eine Erstpreisausschreibung grosse Vorteile. Sie berücksichtigt mehr Bieter und impliziert durch den höheren Wettbewerb geringere Kosten. Bei einer Berücksichtigung von Transaktionskosten, wie z.B. die Kosten zur Durchführung einer öffentlichen Ausschreibung, kann es aber durchaus sein, dass eine Verhandlung kostengünstiger ist. Solche Transaktionskosten werden in der Arbeit verwendet, um in einem einfachen Modell zu untersuchen, bei welchem erwarteten Auftragswert eine Verhandlung kostengünstiger und ab welchem Schwellenwert die Ausschreibung zu bevorzugen ist. Dieses Modell gibt eine einfache Erklärung auf die Frage, warum die beobachteten Schwellenwerte, ab welchen eine öffentliche Ausschreibung durchgeführt werden muss, sinnvoll sind. Es gibt auch Aufschluss darüber, worauf bei der Festlegung der Schwellenwerte geachtet werden sollte.

Eine Liberalisierung des Submissionswesens hat zwei wesentliche Konsequenzen. Zum einen gibt es eine höhere Anzahl Bieter, zum anderen kann es geschehen, dass eine auswärtige Firma den Auftrag erhält. Der erste Effekt hat eine klare positive Wirkung: Die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle werden geringer und die gesellschaftliche Wohlfahrt wird höher. Der zweite Effekt hat jedoch auch einen negativen Einfluss auf die "regionale" Wohlfahrt. Gerade wenn eine auswärtige Firma den Auftrag erhält, entgeht den einheimischen Firmen ein Gewinn. Es wird gezeigt, dass der erste Effekt gegenüber dem zweiten überwiegt, so dass selbst die "regionale" Wohlfahrt bei einer Liberalisierung höher liegt als beim Protektionismus.

Die Liberalisierungsvorteile können durch Transaktionskosten verändert werden. In dieser Arbeit werden zwei Arten von Transaktionskosten untersucht. Einerseits wird gezeigt, dass wenn die Beschaffungsstelle Überprüfungskosten für jeden einzelnen Bieter aufzuwenden hat, eine uneingeschränkte Erhöhung der Bieteranzahl nicht wünschenswert ist. Mit steigender Anzahl Bieter wird der Wettbewerbsvorteil immer geringer. Da die Überprüfungskosten je Firma gleich bleiben, gibt es einen Schwellenwert, ab welchem der zusätzliche Nutzen eines höheren Wettbewerbs die zusätzlichen Kosten nicht mehr aufwiegt. Somit kann es sein, dass bei einer Liberalisierung die kritische Anzahl Bieter überschritten wird. Auch können sich Teilnahmekosten bei den Bietern unvorteilhaft auswirken. Wenn die Firmen bei ihrer Gebotsabgabe Kosten aufzuwenden haben, werden sie vorerst klären müssen, ob sich eine Teilnahme an der Ausschreibung überhaupt lohnt. Es werden nur diejenigen Unternehmen teilnehmen, welche den Auftrag kostengünstig erfüllen können. Je höher die Anzahl potentieller Bieter ist, desto geringer wird der Schwellenwert, unter welchem sich eine Teilnahme am Ausschreibungsverfahren lohnt. Dies hat auch einen negativen Einfluss auf die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle. Es kann geschehen, dass alle Unternehmen zu hohe Kosten haben und keine an der Ausschreibung teilnimmt. Anhand von Beispielen wird gezeigt, dass es tatsächlich möglich ist, dass die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle mit einer steigenden Anzahl Bieter steigen.

In einem weiteren Schritt beschäftigt sich diese Arbeit mit der Fragestellung, ob eine simultane Ausschreibung von mehreren Aufträgen sinnvoll ist. Hier spielt die Tatsache, dass die Firmen eine beschränkte Kapazität haben, eine wichtige Rolle. Bei einer simultanen Ausschreibung muss sich eine Firma, welche nur die Kapazität zur Durchführung eines einzigen Auftrags hat, für das Bieten auf eines der Aufträge beschränken. Dies impliziert, dass bei jedem Auftrag eine geringere Anzahl Bieter teilnimmt. Andererseits werden sich die Firmen gerade für denjenigen Auftrag entscheiden, der für sie kostengünstiger ausfällt. Dies bedeutet auch, dass die erwarteten Kosten der Konkurrenten tief sind, was einen den Wettbewerb erhöhenden Einfluss hat. Als Alternative zur simultanen Ausschreibung untersuchen wir eine sequentielle Ausschreibung. Hier bieten alle Firmen beim ersten Auftrag mit. Diejenige, die einen Auftrag gewinnt, enthält sich einer weiteren Ausschreibung. Es wird anhand eines Beispiels deutlich gemacht, dass eine sequentielle Ausschreibung bei Vorhandensein von beschränkter Kapazität geringere erwartete Kosten implizieren kann als eine simultane Ausschreibung. Beide Verfahren sind jedoch ineffizient. Es wird gezeigt, wie mit Hilfe der "Clarke-Groves"-Methode ein effizientes Verfahren hergeleitet werden kann.

Im letzten Kapitel untersuchen wir ein Auktions-Modell mit asymmetrischen Bietern. Wir unterscheiden zwischen schwachen und starken Bietern. Wir können das schon bekannte Resultat bestätigen, dass schwache Bieter weniger aggressiv bieten als starke. Dies hat eine Erklärung hierin, dass schwache Bieter einen starken Bieter mehr als Konkurrenten haben. Um gegen diesen stärkeren Konkurrenten mithalten zu können, sind sie gezwungen, ihre Gebote näher an ihren Wertschätzungen zu plazieren. Es gelingt uns auch, die bestehende Theorie zu den asymmetrischen Auktionen zu erweitern. Einerseits können wir im Sinne einer komparativen Statik zeigen, dass die Bieter umso aggressiver vorgehen, je stärker ihre Konkurrenten sind. Weiter können wir zeigen, dass auch bei asymmetrischen Teilnehmern umso aggressiver geboten wird, je mehr Konkurrenten vorhanden sind.

A Anhang

A.1 Gebote in der Erstpreisausschreibung

Zu Fussnote 53:

$b'(c_i) = \frac{(n-1)f(c_i)}{(1-F(c_i))^n} \cdot \int_{c_i}^{\bar{c}} (1-F(c))^{n-1} dc > 0$, für $(n > 1 \wedge c_i \in (\underline{c}, \bar{c}))$.

Zu Fussnote 54:

$\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{c_i}^{\bar{c}} \left[\frac{(1-F(c))}{(1-F(c_i))}\right]^{n-1} \cdot nf(c_i)(1-F(c_i))^{n-1} dcdc_i = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{c_i}^{\bar{c}} (1-F(c))^{n-1} \cdot nf(c_i) dcdc_i$
$= \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} n \int_{\underline{c}}^{c} f(c_i) dc_i (1-F(c))^{n-1} dc = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} nF(c)(1-F(c))^{n-1} dc.$

A.2 Zum Beweis von Satz 2

Behauptung:

Im Fall $S < \bar{c}$ folgt $C_B(EPA(0,\infty)) > C_B(EPA(0,S))$.

Beweis:

$$\begin{aligned}
C_B(EPA(0,\infty)) &= n \cdot \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} [c \cdot f(c) + F(c)] \cdot (1-F(c))^{n-1} dc \\
&= n \cdot \int_{S}^{\bar{c}} [c \cdot f(c) + F(c)] \cdot (1-F(c))^{n-1} dc \\
&\quad + n \cdot \int_{\underline{c}}^{S} [c \cdot f(c) + F(c)] \cdot (1-F(c))^{n-1} dc \\
&= \int_{S}^{\bar{c}} c \cdot n \cdot f(c) \cdot (1-F(c))^{n-1} dc \\
&\quad + n \cdot \int_{S}^{\bar{c}} F(c) \cdot (1-F(c))^{n-1} dc \\
&\quad + n \cdot \int_{\underline{c}}^{S} [c \cdot f(c) + F(c)] \cdot (1-F(c))^{n-1} dc.
\end{aligned}$$

Desweiteren bemerke man, dass gilt:

$$\int_{S}^{\bar{c}} c \cdot n \cdot f(c) \cdot (1-F(c))^{n-1} dc > S \cdot \int_{S}^{\bar{c}} n \cdot f(c) \cdot (1-F(c))^{n-1} dc = S \cdot [1-(1-F(c))^n]_S^{\bar{c}}$$
$$= S \cdot (1 - 1 + (1-F(S))^n) = S \cdot (1-F(S))^n.$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
C_B\left(EPA(0,\infty)\right) &> S\cdot\left(1-F\left(S\right)\right)^n \\
&\quad +n\cdot\int_S^{\bar{c}} F\left(c\right)\cdot\left(1-F\left(c\right)\right)^{n-1}dc \\
&\quad +n\cdot\int_{\underline{c}}^S \left[c\cdot f\left(c\right)+F\left(c\right)\right]\cdot\left(1-F\left(c\right)\right)^{n-1}dc \\
&> S\cdot\left(1-F\left(S\right)\right)^n \\
&\quad +n\cdot\int_{\underline{c}}^S \left[c\cdot f\left(c\right)+F\left(c\right)\right]\cdot\left(1-F\left(c\right)\right)^{n-1}dc \\
&= C_B\left(EPA(0,S)\right).
\end{aligned}$$

□

A.3 Bietfunktion beim Verfahren EPA(g,$\bar{c}$)

Wir zeigen, dass für die Firmen im Verfahren EPA(g,$\bar{c}$) die in Gleichung (16) angegebene Bietfunktion die Gleichgewichtsstrategie ist.
Aus der Gleichung (6) in der Analyse der Ausschreibungen der Familie $\mathcal{A}$ wissen wir, dass die erwartete Zahlung der Beschaffungsstelle an eine Firma mit den Kosten c_i dem Ausdruck

$$P\left(c_i\right)=\left(1-F\left(c_i\right)\right)^{n-1}\cdot c_i+\int_{c_i}^{c_*}\left(1-F\left(c\right)\right)^{n-1}\cdot dc, \forall c_i\leq c_*$$

entspricht.
Aus den Regeln der EPA mit Teilnahmegebühren wissen wir, dass diese auch dem Ausdruck

$$P\left(c_i\right)=-g+\left(1-F\left(c_i\right)\right)^{n-1}\cdot b\left(c_i\right), \forall c_i\leq c_*$$

entspricht.
Aufgelöst nach der Bietfunktion ergibt dies:

$$b\left(c_i\right)=c_i+\frac{\int_{c_i}^{c_*}\left(1-F\left(c\right)\right)^{n-1}dc+g}{\left(1-F\left(c_i\right)\right)^{n-1}}. \tag{89}$$

An dieser Gleichung kann im zweiten Term wieder das Überbieten einer Firma beobachtet werden. Insbesondere ist interessant, dass die Firmen mehr als die gesamte Gebühr auf den Preis überwälzen.[125]

[125] Für die Submissionsstelle kann sich dennoch eine Gebühr lohnen, da alle teilnehmenden Firmen diese Gebühr zahlen müssen.

Die Bietfunktion kann nun bis zum gewünschten Resultat umgeformt werden:[126]

$$
\begin{aligned}
b(c_i) &= \frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \cdot \left((1-F(c_i))^{n-1} c_i + \int_{c_i}^{c_*} (1-F(c))^{n-1}\, dc + g \right) \\
&= \frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \\
&\quad \cdot \left((1-F(c_i))^{n-1} c_i + \int_{c_i}^{c_*} (1-F(c))^{n-1}\, dc + (1-F(c_*))^{n-1} (\bar{c} - c_*) \right) \\
&= \frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \\
&\quad \cdot \left(\left[-(1-F(c))^{n-1} c \right]_{c_i}^{c_*} - \int_{c_i}^{c_*} -(1-F(c))^{n-1}\, dc + (1-F(c_*))^{n-1} \bar{c} \right) \\
&= \frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \\
&\quad \cdot \left(\int_{c_i}^{c_*} c\,(n-1) f(c) (1-F(c))^{n-2}\, dc + (1-F(c_*))^{n-1} \bar{c} \right) \\
&= \frac{1}{(1-F(c_i))^{n-1}} \\
&\quad \cdot \Bigg(\left((1-F(c_i))^{n-1} - (1-F(c_*))^{n-1} \right) \int_{c_i}^{c_*} c \frac{(n-1) f(c) (1-F(c))^{n-2}}{(1-F(c_i))^{n-1} - (1-F(c_*))^{n-1}} dc \\
&\quad + (1-F(c_*))^{n-1} \bar{c} \Bigg) \\
&= \frac{\Pr\left(c_i < c_{(1,n-1)} < c_*\right)}{\Pr\left(c_{(1,n-1)} > c_i\right)} \cdot E\left[c_{(1,n-1)} \,\middle|\, c_i < c_{(1,n-1)} < c_* \right] \\
&\quad + \frac{\Pr\left(c_{(1,n-1)} > c_*\right)}{\Pr\left(c_{(1,n-1)} > c_i\right)} \cdot \bar{c} \\
&= \Pr\left(c_i < c_{(1,n-1)} < c_* \,\middle|\, c_{(1,n-1)} > c_i\right) \cdot E\left[c_{(1,n-1)} \,\middle|\, c_i < c_{(1,n-1)} < c_* \right] \\
&\quad + \Pr\left(c_{(1,n-1)} > c_* \,\middle|\, c_{(1,n-1)} > c_i\right) \cdot \bar{c}.
\end{aligned}
$$

□

A.4 Erwartungswerte bei der Gleichverteilung

Die Gleichverteilung hat schöne Eigenschaften. Eine davon, welche nicht sehr bekannt ist, möchten wir hier zeigen, da keine Referenzliteratur gefunden wurde.

[126] Im zweiten Schritt verwenden wir die Gleichung (14), welche den Schwellenwert implizit bestimmt. Die übrigen Schritte sind lediglich mathematische Umformungen. Die Bedeutung von $c_{(1,n)}$ wurde in der Definition 8 angegeben.

Seien $c_1, \ldots, c_n$ unabhängig gleichverteilte Zufallsvariablen aus dem Intervall $[a, a+b]$. Es gilt also:

$$f(c_i) = \begin{cases} \frac{1}{b}, & \text{wenn } c_i \in [a, a+b] \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$F(c_i) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } c_i > a+b \\ \frac{c_i - a}{b}, & \text{wenn } c_i \in [a, a+b] \\ 0, & \text{wenn } c_i < a. \end{cases}$$

Satz 19

$$E\left[c_{(j,n)}\right] = a + \frac{j}{n+1} \cdot b.$$

Beweis:

$$\begin{aligned} E\left[c_{(j,n)}\right] &= \int_a^{a+b} c \cdot \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot (F(c))^{j-1} \cdot f(c) \cdot (1 - F(c))^{n-j}\, dc \\ &= \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot \int_a^{a+b} c \cdot (F(c))^{j-1} \cdot f(c) \cdot (1 - F(c))^{n-j}\, dc. \end{aligned}$$

Wir setzen die Dichte- und Verteilungsfunktion der Gleichverteilung ein und substituieren im Folgenden $t = \frac{c-a}{b}$. Die Betafunktion $\beta(a, b)$ und die Gammafunktion $\Gamma(P)$ werden in Greene (1997) auf Seite 189 f. erklärt.

$$
\begin{aligned}
E\left[c_{(j,n)}\right] &= \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot \int_0^1 (a+bt) \cdot t^{j-1} \cdot \frac{1}{b} \cdot (1-t)^{n-j} \cdot b \, dt \\
&= \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot a \cdot \int_0^1 t^{j-1} \cdot (1-t)^{n-j} \, dt \\
&\quad + \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot b \cdot \int_0^1 t^{j} \cdot (1-t)^{n-j} \, dt \\
&= \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot a \cdot \beta\left(j, n+1-j\right) \\
&\quad + \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot b \cdot \beta\left(j+1, n+1-j\right) \\
&= \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot a \cdot \frac{\Gamma(j) \cdot \Gamma(n+1-j)}{\Gamma(n+1)} \\
&\quad + \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot b \cdot \frac{\Gamma(j+1) \cdot \Gamma(n+1-j)}{\Gamma(n+2)} \\
&= \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot a \cdot \frac{(j-1)! \cdot (n-j)!}{(n)!} \\
&\quad + \binom{n}{n-j} \cdot j \cdot b \cdot \frac{(j)! \cdot (n-j)!}{(n+1)!} \\
&= a + \frac{j \cdot b}{n+1}
\end{aligned}
$$

$\square$

A.5 Schwellenwert

Behauptung:

$$
4 \cdot (1+\alpha)^2 + \left(1 - \frac{1+\alpha}{2}\right) \cdot \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1} > 0, \forall n \geq 3, \alpha \in (0,1] .
$$

Beweis:
Wir suchen ein Minimum des Ausdruck auf der linken Seite und zeigen, dass dieses positiv sein muss.
Ein lokales Minimum erfüllt die Bedingung erster Ordnung:

$$
\frac{1}{2}(1+\alpha) - \frac{1}{n} = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{2}{n} - 1 < 0, \forall n \geq 3.
$$

Es existiert somit kein lokales Minimum im Bereich $[0,1]$. Ein Minimum kann daher nur eine Randlösung $\alpha = 0$ oder $\alpha = 1$ sein. Es reicht somit zu zeigen, dass der Term an diesen beiden Stellen positiv ist.

Fall $\alpha = 0$:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} = \frac{1}{4} + \frac{n+1-2n}{n(n+1)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$$
$$> \frac{1}{4} - \frac{1}{n+1} \geq 0, \forall n \geq 3.$$

Fall $\alpha = 1$:

$$1 - \frac{2}{n+1} \geq 0, \forall n \geq 3.$$

□

A.6 Beweis von Satz 6

$$C_B^{\ddot{U}} = C_B + n \cdot K_{\ddot{U}}.$$

$$\Rightarrow \frac{\partial C_B^{\ddot{U}}}{\partial n} = \frac{\partial C_B}{\partial n} + K_{\ddot{U}}.$$

Aus dem Beweis des Satz 4 wissen wir, dass

$$\frac{\partial C_B}{\partial n} = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[1 + d\frac{F(c)}{f(c)}/dc\right] (1 - F(c))^n \ln(1 - F(c))\, dc < 0.$$

Weiter folgt:

$$\frac{\partial^2 C_B}{\partial n^2} = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[1 + d\frac{F(c)}{f(c)}/dc\right] (1 - F(c))^n \left[\ln(1 - F(c))\right]^2 dc > 0,$$

so dass die erste Ableitung mit grösserem n wächst.
Im Grenzwert kann gezeigt werden, dass

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\partial C_B}{\partial n} = \lim_{n\to\infty} \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left[1 + d\frac{F(c)}{f(c)}/dc\right] (1 - F(c))^n \ln(1 - F(c))\, dc$$
$$= \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \lim_{n\to\infty} \left[1 + d\frac{F(c)}{f(c)}/dc\right] (1 - F(c))^n \ln(1 - F(c))\, dc = 0.$$

Hierzu verwenden wir den aus der Mathematik bekannten "Satz von der dominanten Konvergenz". Es kann gezeigt werden, dass die notwendigen Bedingungen erfüllt sind.

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{\partial C_B^{\ddot{U}}}{\partial n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\partial C_B}{\partial n} + K_{\ddot{U}} = K_{\ddot{U}} > 0.$$

Der Satz folgt aus dieser letzten Ungleichung. □

A.7 Beweis von Satz 7

$$\begin{aligned}
\hat{W}(P) &= N \cdot \pi_{ij}(N) - P_A(N) \\
&= N \cdot \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} F(c)(1-F(c))^{N-1}\,dc - N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} cf(c)(1-F(c))^{N-1}\,dc \\
&\quad -N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} F(c)(1-F(c))^{N-1}\,dc
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} cf(c)(1-F(c))^{N-1}\,dc \\
&= \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} cd(1-F(c))^{N} \\
&= -\underline{c} - \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} (1-F(c))^{N}\,dc.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{W}(L) &= N \cdot \pi_{ij}(2N) - P_A(2N) \\
&= N \cdot \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} F(c)(1-F(c))^{2N-1}\,dc - 2N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} cf(c)(1-F(c))^{2N-1}\,dc \\
&\quad -2N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} F(c)(1-F(c))^{2N-1}\,dc \\
&= -2N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} cf(c)(1-F(c))^{2N-1}\,dc - N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} F(c)(1-F(c))^{2N-1}\,dc \\
&= -\underline{c} - \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} (1-F(c))^{2N}\,dc - N\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} F(c)(1-F(c))^{2N-1}\,dc \\
&= -\underline{c} - \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} (1-F(c))^{N}\left[(1-F(c))^{N} + NF(c)(1-F(c))^{N-1}\right]dc
\end{aligned}$$

Es reicht, wenn wir zeigen, dass
$\left[(1-F(c))^{N} + NF(c)(1-F(c))^{N-1}\right] \leq 1, \forall F(c) \in [0,1]$.
Es gilt:

$\left[(1-F(c))^{N} + NF(c)(1-F(c))^{N-1}\right] \leq \max_{0\leq a\leq 1} A(a;N)$
$\equiv \max_{0\leq a\leq 1}\left[(1-a)^{N} + Na(1-a)^{N-1}\right]$.

Die stationäre Punkte erfüllen die Bedingung erster Ordnung:

$-N(1-a)^{N-1} + N(1-a)^{N-1} - N(N-1)a(1-a)^{N-2}$

$$= -N(N-1)\,a\,(1-a)^{N-2} \stackrel{!}{=} 0$$

Die stationäre Punkte sind also $a = 1$ für $N > 2$ und $a = 0$ für $N \geq 2$.[127]
Der Ausdruck $A(a; N)$, den wir maximieren, kann also nur am Rand maximal sein.

$$A(\mathrm{a}; N) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } a = 0 \\ 0 & \text{wenn } a = 1 \wedge N \geq 2 \end{cases} .$$

Auf jeden Fall gilt $A(a, N) \leq 1$. $\square$

A.8 Ausschreibung mit Teilnahmekosten: Gleichverteilung

Wir berechnen nun die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle bei gleichverteilten Kosten. Wenn wir in der Gleichung (23) für die Verteilungsfunktion und die Dichtefunktion die speziellen Funktionen der Gleichverteilung einsetzen, erhalten wir:

$$\begin{aligned} C_B^k &= n \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*(k)} [cf(c) + F(c)]\,(1 - F(c))^{n-1}\,dc + S \cdot (1 - F(c_*(k)))^n \\ &\quad + n \cdot F(c_*(k)) \cdot k \\ &= \frac{n}{(\bar{c} - \underline{c})^n} \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*(k)} (2c - \underline{c})\,(\bar{c} - c)^{n-1}\,dc + S \cdot \left(\frac{\bar{c} - c_*(k)}{\bar{c} - \underline{c}} \right)^n \\ &\quad + n \cdot \frac{c_*(k) - \underline{c}}{\bar{c} - \underline{c}} \cdot k. \end{aligned}$$

Der Term mit dem Integral kann mit der Methode “Integration durch Substitution” umgewandelt werden. Wir substituieren

$$y = \bar{c} - c,$$

und dementsprechend

$$c = \bar{c} - y$$

und

$$dc = -dy.$$

Wir erhalten damit

[127] Damit das Modell sinnvoll ist, gehen wir davon aus, dass $N \in \mathbb{N}$ und dass $N \geq 2$.

$$\begin{aligned}\int_{\underline{c}}^{c_*(k)} (2c-\underline{c})(\bar{c}-c)^{n-1}\,dc &= -\int_{\bar{c}-\underline{c}}^{\bar{c}-c_*(k)} (2\bar{c}-\underline{c}-2y)\,y^{n-1}dy \\ &= -\left[(2\bar{c}-\underline{c})\frac{y^n}{n}\right]_{\bar{c}-\underline{c}}^{\bar{c}-c_*(k)} \\ &\quad+\left[\frac{2}{n+1}y^{n+1}\right]_{\bar{c}-\underline{c}}^{\bar{c}-c_*(k)} \\ &= -\frac{(2\bar{c}-\underline{c})(\bar{c}-c_*(k))^n}{n}+\frac{(2\bar{c}-\underline{c})(\bar{c}-\underline{c})^n}{n} \\ &\quad+\frac{2(\bar{c}-c_*(k))^{n+1}}{n+1}-\frac{2(\bar{c}-\underline{c})^{n+1}}{n+1}.\end{aligned}$$

In die obere Gleichung eingesetzt, erhalten wir

$$\begin{aligned}C_B^k &= -(2\bar{c}-\underline{c})\left(\frac{\bar{c}-c_*(k)}{\bar{c}-\underline{c}}\right)^n+(2\bar{c}-\underline{c})+\frac{2n}{n+1}\frac{(\bar{c}-c_*(k))^{n+1}}{(\bar{c}-\underline{c})^n} \\ &\quad-\frac{2n}{n+1}(\bar{c}-\underline{c})+S\cdot\left(\frac{\bar{c}-c_*(k)}{\bar{c}-\underline{c}}\right)^n+n\cdot\frac{c_*(k)-\underline{c}}{\bar{c}-\underline{c}}\cdot k.\end{aligned}$$

Für die Parameter

$$\underline{c}=0, \bar{c}=1, k=0.05, S=1,$$

erhalten wir die Werte in Tabelle 1, die in Abbildung 2 dargestellt werden.

Tabelle 1: Gleichverteilung

n	c^*	$E[c]$	n	c^*	$E[c]$	n	c^*	$E[c]$
2	0.776393	0.709213	35	0.082032	0.238358	68	0.043099	0.219824
3	0.631597	0.57237	36	0.079847	0.237306	69	0.042487	0.219536
4	0.527129	0.493256	37	0.077775	0.23631	70	0.041893	0.219257
5	0.45072	0.441787	38	0.075808	0.235366	71	0.041316	0.218985
6	0.393038	0.405651	39	0.073938	0.234469	72	0.040754	0.218721
7	0.348164	0.378893	40	0.072158	0.233617	73	0.040207	0.218464
8	0.312344	0.358285	41	0.070461	0.232805	74	0.039674	0.218214
9	0.283129	0.341926	42	0.068843	0.232031	75	0.039156	0.217971
10	0.258866	0.328627	43	0.067297	0.231293	76	0.038651	0.217733
11	0.238404	0.317602	44	0.065819	0.230588	77	0.038159	0.217502
12	0.220922	0.308314	45	0.064404	0.229914	78	0.037679	0.217277
13	0.205817	0.300384	46	0.063049	0.229268	79	0.037211	0.217058
14	0.192636	0.293533	47	0.06175	0.22865	80	0.036754	0.216844
15	0.181036	0.287555	48	0.060503	0.228057	81	0.036309	0.216635
16	0.17075	0.282294	49	0.059306	0.227488	82	0.035874	0.216431
17	0.161566	0.277628	50	0.058155	0.226941	83	0.03545	0.216232
18	0.153318	0.273461	51	0.057048	0.226416	84	0.035035	0.216038
19	0.145869	0.269718	52	0.055982	0.22591	85	0.03463	0.215848
20	0.139108	0.266336	53	0.054955	0.225423	86	0.034234	0.215663
21	0.132946	0.263267	54	0.053966	0.224955	87	0.033848	0.215482
22	0.127305	0.260468	55	0.053011	0.224503	88	0.033469	0.215305
23	0.122123	0.257905	56	0.05209	0.224066	89	0.0331	0.215132
24	0.117346	0.25555	57	0.051199	0.223645	90	0.032738	0.214962
25	0.112928	0.253379	58	0.050339	0.223239	91	0.032384	0.214797
26	0.10883	0.25137	59	0.049508	0.222846	92	0.032038	0.214635
27	0.105019	0.249506	60	0.048703	0.222466	93	0.031699	0.214476
28	0.101466	0.247773	61	0.047924	0.222098	94	0.031367	0.214321
29	0.098145	0.246156	62	0.04717	0.221742	95	0.031042	0.214169
30	0.095034	0.244644	63	0.046438	0.221397	96	0.030724	0.214021
31	0.092114	0.243228	64	0.04573	0.221063	97	0.030412	0.213875
32	0.089368	0.241899	65	0.045042	0.220739	98	0.030106	0.213732
33	0.086781	0.240648	66	0.044375	0.220425	99	0.029807	0.213592
34	0.08434	0.23947	67	0.043728	0.22012	100	0.029513	0.213455

A.9 Ausschreibung mit Teilnahmekosten: Alternative Verteilung

Um die erwarteten Kosten der Beschaffungsstelle zu berechnen, setzen wir die spezielle Form der Verteilungen und der Parameter in Gleichung (23) ein:

$$
\begin{aligned}
C_B^k &= n \cdot \int_{\underline{c}}^{c_*(k)} \left[cf(c) + F(c)\right](1 - F(c))^{n-1}\, dc + S \cdot (1 - F(c_*(k)))^n \\
&\quad + n \cdot F(c_*(k)) \cdot k \\
&= n \cdot \int_0^{c_*(k)} \left(\frac{4c\bar{c} - 3c^2}{\bar{c}^2}\right)\left(\frac{\bar{c}^2 - 2c\bar{c} + c^2}{\bar{c}^2}\right)^{n-1} dc + S \cdot \left(\frac{\bar{c}^2 - 2c_*(k)\,\bar{c} + c_*(k)^2}{\bar{c}^2}\right)^n \\
&\quad + n \cdot \left(\frac{2c_*(k)\,\bar{c} - c_*(k)^2}{\bar{c}^2}\right) \cdot k \\
&= \frac{n}{\bar{c}^{2n}} \cdot \int_0^{c_*(k)} \left(4c\bar{c} - 3c^2\right)(\bar{c} - c)^{2(n-1)}\, dc + S \cdot \left(\frac{\bar{c}^2 - 2c_*(k)\,\bar{c} + c_*(k)^2}{\bar{c}^2}\right)^n \\
&\quad + n \cdot \left(\frac{2c_*(k)\,\bar{c} - c_*(k)^2}{\bar{c}^2}\right) \cdot k.
\end{aligned}
$$

Der Integralausdruck kann mit der Methode “Integration durch Substitution” umgeformt werden. Wir substituieren

$$y = \bar{c} - c,$$

respektive

$$c = \bar{c} - y$$

und die Ableitung

$$dc = -dy.$$

Wir erhalten für den Integralausdruck:

$$\begin{aligned}
\int_0^{c_*(k)} \left(4c\bar{c} - 3c^2\right)(\bar{c} - c)^{2(n-1)}\, dc &= -\int_{\bar{c}}^{\bar{c}-c_*(k)} \left(4(\bar{c} - y)\,\bar{c} - 3(\bar{c} - y)\right) y^{2(n-1)} dy \\
&= -\int_{\bar{c}}^{\bar{c}-c_*(k)} \left(\bar{c}^2 + 2\bar{c}y - 3y^2\right) y^{2(n-1)} dy \\
&= -\left[\frac{\bar{c}^2 y^{2n-1}}{2n-1} + \frac{2\bar{c}y^{2n}}{2n} - \frac{3y^{2n+1}}{2n+1}\right]_{\bar{c}}^{\bar{c}-c_*(k)} \\
&= -\frac{\bar{c}^2\left(\bar{c} - c_*(k)\right)^{2n-1}}{2n-1} - \frac{2\bar{c}\left(\bar{c} - c_*(k)\right)^{2n}}{2n} \\
&\quad + \frac{3\left(\bar{c} - c_*(k)\right)^{2n+1}}{2n+1} + \frac{\bar{c}^{2n+1}}{2n-1} \\
&\quad + \frac{2\bar{c}^{2n+1}}{2n} - \frac{3\bar{c}^{2n+1}}{2n+1}.
\end{aligned}$$

Die erwarteten Kosten erhalten wir, wenn wir diesen Ausdruck in die obere Gleichung einsetzen:

$$\begin{aligned}
C_B^k &= \frac{n}{\bar{c}^{2n}} \cdot \left(-\frac{\bar{c}^2\left(\bar{c} - c_*(k)\right)^{2n-1}}{2n-1} \right. \\
&\quad - \frac{2\bar{c}\left(\bar{c} - c_*(k)\right)^{2n}}{2n} + \frac{3\left(\bar{c} - c_*(k)\right)^{2n+1}}{2n+1} \\
&\quad \left. + \frac{\bar{c}^{2n+1}}{2n-1} + \frac{2\bar{c}^{2n+1}}{2n} - \frac{3\bar{c}^{2n+1}}{2n+1} \right) \\
&\quad + S \cdot \left(\frac{\bar{c}^2 - 2c_*(k)\,\bar{c} + c_*(k)^2}{\bar{c}^2}\right)^n + n \cdot \left(\frac{2c_*(k)\,\bar{c} - c_*(k)^2}{\bar{c}^2}\right) \cdot k.
\end{aligned}$$

Für die Beispiele, welche in Abschnitt 6.2.2 graphisch dargestellt wurden, geben wir hier die berechneten Werte wieder.

Fall 1:

Im ersten Beispiel nehmen wir folgende Parameterwerte an:

$$k = 0,05; \bar{c} = 1; S = 1.$$

Die Werte sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Fall 2:

Bei den Parameterwerten ändert sich nur der Wert S:

$$k = 0,05; \bar{c} = 1; S = 10.$$

Fall 2 wird in Tabelle 3 dargestellt.

Fall 3:

Der Wert von S wird weiter erhöht:

$$k = 0,05; \bar{c} = 1; S = 20.$$

Die Werte von Fall 3 sind in Tabelle 4 eingetragen.

Tabelle 2: Alternative Verteilung Fall 1

n	c^*	$E[c]$	n	c^*	$E[c]$	n	c^*	$E[c]$
2	0.63159685	0.527904	35	0.042487411	0.216351	68	0.021946209	0.208285
3	0.450719728	0.408425	36	0.041315659	0.215888	69	0.021629317	0.208161
4	0.348163655	0.352872	37	0.040206794	0.21545	70	0.021321445	0.208041
5	0.283128836	0.320704	38	0.039155887	0.215036	71	0.021022215	0.207924
6	0.23840419	0.299714	39	0.038158511	0.214642	72	0.020731267	0.207811
7	0.205816665	0.284935	40	0.037210676	0.214269	73	0.020448262	0.207701
8	0.181036273	0.273965	41	0.036308782	0.213913	74	0.02017288	0.207593
9	0.161566111	0.265499	42	0.035449568	0.213575	75	0.019904816	0.207489
10	0.145868503	0.258768	43	0.034630075	0.213253	76	0.019643783	0.207387
11	0.132945911	0.253288	44	0.033847611	0.212945	77	0.019389507	0.207288
12	0.122123389	0.24874	45	0.033099721	0.212651	78	0.01914173	0.207192
13	0.112928145	0.244904	46	0.032384165	0.21237	79	0.018900206	0.207098
14	0.10501923	0.241626	47	0.031698889	0.212101	80	0.0186647	0.207006
15	0.098144628	0.238792	48	0.031042012	0.211843	81	0.018434991	0.206917
16	0.09211406	0.236318	49	0.030411804	0.211596	82	0.018210867	0.20683
17	0.086781189	0.234138	50	0.029806674	0.211358	83	0.017992127	0.206744
18	0.082031636	0.232204	51	0.029225154	0.21113	84	0.017778579	0.206661
19	0.077774711	0.230477	52	0.028665888	0.210911	85	0.017570041	0.20658
20	0.073937589	0.228924	53	0.028127624	0.2107	86	0.017366338	0.206501
21	0.070461117	0.227521	54	0.0276092	0.210497	87	0.017167305	0.206424
22	0.067296753	0.226246	55	0.02710954	0.210302	88	0.016972782	0.206348
23	0.064404289	0.225084	56	0.026627642	0.210113	89	0.016782617	0.206274
24	0.061750135	0.224019	57	0.026162576	0.209931	90	0.016596667	0.206202
25	0.059306014	0.223041	58	0.025713476	0.209756	91	0.016414792	0.206131
26	0.057047952	0.222138	59	0.025279533	0.209586	92	0.016236859	0.206062
27	0.054955488	0.221303	60	0.024859992	0.209422	93	0.016062743	0.205994
28	0.053011055	0.220528	61	0.024454149	0.209264	94	0.015892322	0.205928
29	0.051199484	0.219807	62	0.024061344	0.20911	95	0.015725478	0.205863
30	0.04950761	0.219134	63	0.023680958	0.208962	96	0.015562102	0.2058
31	0.047923952	0.218505	64	0.02331241	0.208818	97	0.015402085	0.205738
32	0.046438451	0.217916	65	0.022955158	0.208678	98	0.015245325	0.205677
33	0.045042258	0.217363	66	0.02260869	0.208543	99	0.015091724	0.205617
34	0.043727555	0.216842	67	0.022272525	0.208412	100	0.014941187	0.205559

Tabelle 3: Alternative Verteilung Fall 2

n	c^*	$E[c]$
2	0.63159685	0.693686
3	0.450719728	0.655601
4	0.348163655	0.646198
5	0.283128836	0.643296
6	0.23840419	0.642432
7	0.205816665	0.642317
8	0.181036273	0.642499
9	0.161566111	0.642795
10	0.145868503	0.643127
11	0.132945911	0.643462
12	0.122123389	0.643784
13	0.112928145	0.644087
14	0.10501923	0.644367
15	0.098144628	0.644627
16	0.09211406	0.644866
17	0.086781189	0.645087
18	0.082031636	0.64529
19	0.077774711	0.645478
20	0.073937589	0.645652
21	0.070461117	0.645813
22	0.067296753	0.645963
23	0.064404289	0.646102
24	0.061750135	0.646232
25	0.059306014	0.646353
26	0.057047952	0.646467
27	0.054955488	0.646573
28	0.053011055	0.646673
29	0.051199484	0.646767
30	0.04950761	0.646856
31	0.047923952	0.64694
32	0.046438451	0.647019
33	0.045042258	0.647094
34	0.043727555	0.647165

n	c^*	$E[c]$
35	0.042487411	0.647232
36	0.041315659	0.647296
37	0.040206794	0.647357
38	0.039155887	0.647415
39	0.038158511	0.647471
40	0.037210676	0.647524
41	0.036308782	0.647574
42	0.035449568	0.647623
43	0.034630075	0.647669
44	0.033847611	0.647713
45	0.033099721	0.647756
46	0.032384165	0.647797
47	0.031698889	0.647836
48	0.031042012	0.647874
49	0.030411804	0.64791
50	0.029806674	0.647945
51	0.029225154	0.647979
52	0.028665888	0.648012
53	0.028127624	0.648043
54	0.0276092	0.648073
55	0.02710954	0.648103
56	0.026627642	0.648131
57	0.026162576	0.648158
58	0.025713476	0.648185
59	0.025279533	0.64821
60	0.024859992	0.648235
61	0.024454149	0.648259
62	0.024061344	0.648283
63	0.023680958	0.648305
64	0.02331241	0.648327
65	0.022955158	0.648348
66	0.02260869	0.648369
67	0.022272525	0.648389

n	c^*	$E[c]$
68	0.021946209	0.648409
69	0.021629317	0.648428
70	0.021321445	0.648446
71	0.021022215	0.648464
72	0.020731267	0.648482
73	0.020448262	0.648499
74	0.02017288	0.648516
75	0.019904816	0.648532
76	0.019643783	0.648548
77	0.019389507	0.648563
78	0.01914173	0.648578
79	0.018900206	0.648593
80	0.0186647	0.648607
81	0.018434991	0.648621
82	0.018210867	0.648635
83	0.017992127	0.648648
84	0.017778579	0.648661
85	0.017570041	0.648674
86	0.017366338	0.648686
87	0.017167305	0.648698
88	0.016972782	0.64871
89	0.016782617	0.648722
90	0.016596667	0.648733
91	0.016414792	0.648744
92	0.016236859	0.648755
93	0.016062743	0.648766
94	0.015892322	0.648777
95	0.015725478	0.648787
96	0.015562102	0.648797
97	0.015402085	0.648807
98	0.015245325	0.648816
99	0.015091724	0.648826
100	0.014941187	0.648835

Tabelle 4: Alternative Verteilung Fall 3

n	c^*	$E[c]$	n	c^*	$E[c]$	n	c^*	$E[c]$
2	0.63159685	0.877887	35	0.042487411	1.125988	68	0.021946209	1.137436
3	0.450719728	0.930241	36	0.041315659	1.126638	69	0.021629317	1.137613
4	0.348163655	0.972116	37	0.040206794	1.127254	70	0.021321445	1.137786
5	0.283128836	1.001732	38	0.039155887	1.127837	71	0.021022215	1.137953
6	0.23840419	1.02323	39	0.038158511	1.128392	72	0.020731267	1.138116
7	0.205816665	1.039409	40	0.037210676	1.128918	73	0.020448262	1.138275
8	0.181036273	1.051981	41	0.036308782	1.12942	74	0.02017288	1.138429
9	0.161566111	1.062012	42	0.035449568	1.129898	75	0.019904816	1.138579
10	0.145868503	1.070193	43	0.034630075	1.130354	76	0.019643783	1.138726
11	0.132945911	1.07699	44	0.033847611	1.13079	77	0.019389507	1.138868
12	0.122123389	1.082723	45	0.033099721	1.131206	78	0.01914173	1.139007
13	0.112928145	1.087623	46	0.032384165	1.131605	79	0.018900206	1.139143
14	0.10501923	1.091858	47	0.031698889	1.131987	80	0.0186647	1.139275
15	0.098144628	1.095555	48	0.031042012	1.132353	81	0.018434991	1.139403
16	0.09211406	1.098809	49	0.030411804	1.132704	82	0.018210867	1.139529
17	0.086781189	1.101696	50	0.029806674	1.133042	83	0.017992127	1.139652
18	0.082031636	1.104274	51	0.029225154	1.133367	84	0.017778579	1.139772
19	0.077774711	1.106591	52	0.028665888	1.133679	85	0.017570041	1.139889
20	0.073937589	1.108683	53	0.028127624	1.133979	86	0.017366338	1.140003
21	0.070461117	1.110583	54	0.0276092	1.134269	87	0.017167305	1.140115
22	0.067296753	1.112314	55	0.02710954	1.134548	88	0.016972782	1.140224
23	0.064404289	1.1139	56	0.026627642	1.134817	89	0.016782617	1.140331
24	0.061750135	1.115357	57	0.026162576	1.135077	90	0.016596667	1.140435
25	0.059306014	1.1167	58	0.025713476	1.135328	91	0.016414792	1.140537
26	0.057047952	1.117943	59	0.025279533	1.135571	92	0.016236859	1.140637
27	0.054955488	1.119095	60	0.024859992	1.135805	93	0.016062743	1.140735
28	0.053011055	1.120167	61	0.024454149	1.136032	94	0.015892322	1.14083
29	0.051199484	1.121167	62	0.024061344	1.136252	95	0.015725478	1.140924
30	0.04950761	1.122102	63	0.023680958	1.136465	96	0.015562102	1.141016
31	0.047923952	1.122978	64	0.02331241	1.136671	97	0.015402085	1.141106
32	0.046438451	1.123799	65	0.022955158	1.136871	98	0.015245325	1.141194
33	0.045042258	1.124573	66	0.02260869	1.137065	99	0.015091724	1.14128
34	0.043727555	1.125301	67	0.022272525	1.137253	100	0.014941187	1.141365

A.10 Beweis von Lemma 1

$$\begin{aligned}
E_y\left[y_{(1,j)}\left|y_{(1,j)}>c\right.\right] &= \int_c^{\bar{c}} yjg\left(y\left|y>c\right.\right)\left(1-G\left(y\left|y>c\right.\right)\right)^{j-1}dy \\
&= \int_c^{\bar{c}} yj\frac{g\left(y\right)}{1-G\left(c\right)}\left(1-\frac{G\left(x\right)-G\left(c\right)}{1-G\left(c\right)}\right)^{j-1}dy \\
&= \int_c^{\bar{c}} yj\frac{g\left(y\right)}{1-G\left(c\right)}\left(\frac{1-G\left(x\right)}{1-G\left(c\right)}\right)^{j-1}dy \\
&= \frac{1}{\left(1-G\left(c\right)\right)^j}\int_c^{\bar{c}} yjg\left(y\right)\left(1-G\left(x\right)\right)^{j-1}dy \\
&= \frac{1}{\left(1-F\left(c\right)\right)^{2j}}\int_c^{\bar{c}} yj2f\left(y\right)\left(1-F\left(x\right)\right)\left(1-F\left(x\right)\right)^{2j-2}dy \\
&= \frac{1}{\left(1-F\left(c\right)\right)^{2j}}\int_c^{\bar{c}} y2jf\left(y\right)\left(1-F\left(x\right)\right)^{2j-1}dy \\
&= E_x\left[x_{(1,2j)}\left|x_{(1,2j)}>c\right.\right].
\end{aligned}$$

□

A.11 Simultane versus sequentielle Ausschreibung

Im Folgenden werden die Werte der Ausdrücke $C^{se}(n)$, $C^{si}(n)$ und $C^{se}(n) - C^{si}(n)$ für $n = 3, \ldots, 100$ berechnet, im Fall dass $S = 1$.
Wir können feststellen, dass für jedes n $C^{se}(n) < C^{si}(n)$ gilt.

n	$C^{se}(n)$	$C^{si}(n)$	$C^{se}(n) - C^{si}(n)$
3	1.33333333	1.37142857	-0.03809524
4	0.98333333	1.09563492	-0.11230159
5	0.78333333	0.88437951	-0.10104618
6	0.65238095	0.7278867	-0.07550574
7	0.55952381	0.61259713	-0.05307332
8	0.49007937	0.52679203	-0.03671266
9	0.43611111	0.46170412	-0.02559301
10	0.39292929	0.41117235	-0.01824306
11	0.35757576	0.37098528	-0.01340952
12	0.32808858	0.33828778	-0.0101992
13	0.30311355	0.31113596	-0.0080224
14	0.28168498	0.28818932	-0.00650434
15	0.26309524	0.26850627	-0.00541103
16	0.24681373	0.25141085	-0.00459712
17	0.23243464	0.23640653	-0.00397189
18	0.21964224	0.2231202	-0.00347795
19	0.20818713	0.21126545	-0.00307831
20	0.19786967	0.20061817	-0.0027485
21	0.18852814	0.19100002	-0.00247188
22	0.18003011	0.1822669	-0.00223678
23	0.17226614	0.17430093	-0.00203479
24	0.16514493	0.16700459	-0.00185967
25	0.15858974	0.1602964	-0.00170665
26	0.15253561	0.15410768	-0.00157207

n	cse(n)	csi(n)	cse(n)-csi(n)
27	0.14692715	0.14838014	-0.00145299
28	0.14171684	0.14306393	-0.00134709
29	0.13686371	0.13811617	-0.00125246
30	0.13233222	0.13349976	-0.00116754
31	0.1280914	0.12918242	-0.00109102
32	0.12411413	0.12513596	-0.00102184
33	0.12037656	0.12133562	-0.00095906
34	0.11685765	0.11775958	-0.00090193
35	0.11353875	0.11438853	-0.00084978
36	0.11040326	0.1112053	-0.00080204
37	0.10743638	0.10819462	-0.00075823
38	0.10462487	0.1053428	-0.00071793
39	0.10195682	0.10263758	-0.00068077
40	0.09942151	0.10006794	-0.00064643
41	0.09700929	0.09762392	-0.00061463
42	0.0947114	0.09529653	-0.00058513
43	0.09251988	0.09307759	-0.00055771
44	0.09042753	0.09095971	-0.00053218
45	0.08842776	0.08893612	-0.00050836
46	0.08651454	0.08700066	-0.00048612
47	0.08468239	0.0851477	-0.0004653
48	0.08292626	0.08337206	-0.0004458
49	0.0812415	0.081669	-0.0004275
50	0.07962385	0.08003416	-0.00041031

n	cse(n)	csi(n)	cse(n)-csi(n)
51	0.07806938	0.07846351	-0.00039413
52	0.07657446	0.07695336	-0.0003789
53	0.07513573	0.07550026	-0.00036453
54	0.07375008	0.07410105	-0.00035097
55	0.07241462	0.07275277	-0.00033815
56	0.07112668	0.0714527	-0.00032602
57	0.06988376	0.0701983	-0.00031453
58	0.06868354	0.06898719	-0.00030365
59	0.06752387	0.06781718	-0.00029331
60	0.0664027	0.0666862	-0.0002835
61	0.06531817	0.06559234	-0.00027417
62	0.06426851	0.0645338	-0.0002653
63	0.06325205	0.06350889	-0.00025685
64	0.06226725	0.06251604	-0.00024879
65	0.06131265	0.06155376	-0.00024111
66	0.06038688	0.06062066	-0.00023379
67	0.05948865	0.05971544	-0.00022679
68	0.05861676	0.05883686	-0.0002201
69	0.05777006	0.05798377	-0.0002137
70	0.05694748	0.05715506	-0.00020758
71	0.056148	0.05634972	-0.00020172
72	0.05537066	0.05556676	-0.0001961
73	0.05461455	0.05480526	-0.00019071
74	0.05387881	0.05406436	-0.00018555
75	0.05316264	0.05334322	-0.00018059

n	cse(n)	csi(n)	cse(n)-csi(n)
76	0.05246525	0.05264108	-0.00017582
77	0.05178593	0.05195718	-0.00017125
78	0.05112398	0.05129083	-0.00016685
79	0.05047874	0.05064136	-0.00016261
80	0.04984959	0.05000813	-0.00015854
81	0.04923592	0.04939054	-0.00015462
82	0.04863719	0.04878803	-0.00015084
83	0.04805284	0.04820004	-0.0001472
84	0.04748237	0.04762605	-0.00014369
85	0.04692528	0.04706558	-0.0001403
86	0.04638112	0.04651815	-0.00013703
87	0.04584943	0.04598331	-0.00013388
88	0.0453298	0.04546063	-0.00013083
89	0.04482181	0.0449497	-0.00012788
90	0.04432509	0.04445013	-0.00012504
91	0.04383925	0.04396154	-0.00012229
92	0.04336395	0.04348358	-0.00011962
93	0.04289885	0.0430159	-0.00011705
94	0.04244362	0.04255817	-0.00011455
95	0.04199795	0.04211008	-0.00011214
96	0.04156154	0.04167134	-0.0001098
97	0.04113411	0.04124164	-0.00010753
98	0.04071538	0.04082071	-0.00010533
99	0.04030509	0.04040829	-0.0001032
100	0.03990299	0.04000413	-0.00010114

Literatur

AZ (1954): Fragwürdige Submissionspraxis, *Arbeiter-Zeitung Basel*, 15. Mai, Nr. 112.

Bakom, Bundesamt für Kommunikation (1999): Auktionsregeln für die Vergabe von WLL-Funkkonzessionen, 13. Dez. 1999.

Baudepartement des Kantons Basel-Stadt (1998): Ratschlag und Entwurf zu einem Gesetz über öffentliche Beschaffungen - Partnerschaftliches Geschäft und Bericht des Regierungsrates zu 2 Anzügen, 24. April 1998.

BaZ (1992a): Kritische Fragen zum Baudepartement, *Basler Zeitung*, 9. Dez., Nr. 289.

BaZ (1992b): Stutz fordert Marktöffnung im Bau-Submissionswesen, *Basler Zeitung*, 10. Sep., Nr. 212.

BaZ (1997): Alles schon dagewesen..., *Basler Zeitung*, 29. Mai, Nr. 122.

BaZ (1998): Basler Regierung erhöht die «Schwellenwerte», *Basler Zeitung*, 10. Feb., Nr. 24.

BGBM (1995): Bundesgesetz über den Binnenmarkt, *in Galli, Lehmann und Rechsteiner (1996)*, vom 6. Oktober 1995.

BoeB (1994): Bundesgesetz über das öffentliche Beschaffungswesen, *SR 172.056.1, http://www.admin.ch/ch/d/sr/1/172.056.1.de.pdf*, vom 16. Dez. 1994.

Brusco, Sandro/ Lopomo, Giuseppe (1999): Collusion via Signalling in Open Ascending Auctions with Multiple Objects and Complementarities, *Working Paper EC-99-05, http://www.restud.org.uk/pdf/brusco-lopomo.pdf*.

Bulow, Jeremy/ Klemperer, Paul (1996): Auctions Versus Negotiations, *American Economic Review*, 86(1), S. 181–94.

BV (1979): Auswärtige Bewerber nur bei Bedarf, *Basler Volksblatt*, 30. Jan., Nr. 24.

BV (1980): Gemeindeautonomie erstickt Reformen, *Basler Volksblatt*, 19. Juni, Nr. 140.

BZ (1996): Basler Gewerbe der Konkurrenz gewachsen, *Basellandschaftliche Zeitung, Liestal*, 22. Juli, Nr. 169.

Cantillon, Estelle (2000): The Effect of Bidders' Asymmetries on Expected Revenue in Auctions, *Cowles Foundation Discussion Papers 1279, http://cowles.econ.yale.edu/P/cd/d12b/d1279.pdf*.

Cassady, Ralph Jr. (1967): *Auctions and Auctioneering* (Berkeley: University of California Press).

CH-EU-Abkommen (1999): Abkommen zwischen der Europäischen Gemeinschaft und der Schweizerischen Eidgenossenschaft über bestimmte Aspekte des öffentlichen Beschaffungswesens, *http://www.europa.admin.ch/d/int/ab/abd_marchep.pdf*.

Clarke, Edward H. (1971): Multipart Pricing of Public Goods, *Public Choice*, 11, S. 17–33.

Diezig, Jürg (1992): 'Vom Schlendrian zum Holzhammer', *Basellandschaftliche Zeitung, Liestal*, 9. Dez., Nr. 289.

Economist, The (1997): Learning to Play the Game, S. 94.

EGöB (1996): Einführungsgesetz zum GATT-Übereinkommen und zur Interkantonalen Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen (EGöB), *SG 914.600*, vom 20. Nov. 1996.

Engelbrecht-Wiggans, Richard (1980): Auctions and Bidding Model: A Survey, *Management Science*, 26(2), S. 119–42.

Forster, Otto (1984): *Analysis*, Bd. 3 (Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg Studium), 3. Aufl.

Forster, Otto (1999): *Analysis*, Bd. 1 (Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg Studium), 5. Aufl.

French, Kenneth R./ McCormick, Robert E. (1984): Sealed Bids, Sunk Costs, and the Process of Competition, *Journal of Business*, 57(4), S. 417–41.

G (1993): Gesetz betreffend die Vergabe von Arbeiten und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung (Submissionsgesetz), *SG 914.100*, vom 20. Okt. 1993.

G (1999): Gesetz über öffentliche Beschaffungen (Beschaffungsgesetz), vom 20. Mai 1999.

Galli, Peter/ Lehmann, Daniel/ Reichsteiner, Peter (1996): *Das öffentliche Beschaffungswesen in der Schweiz* (Schulthess Polygraphischer Verlag Zürich).

GPA (1994): Übereinkommen über das öffentliche Beschaffungswesen, *in Galli, Lehmann und Rechsteiner (1996), SR 0.632.231.42*, 15. April 1994.

GREEN, R/ NEWBERY, D. (1992): Competition in the British Electricity Spot Markets, *Journal of Political Economy*, 100(5), S. 929–53.

GREENE, WILLIAM H. (1997): *Econometric Analysis* (New Jersey: Prentice Hall), 3. Aufl.

GROVES, THEODORE (1973): Incentives in Teams, *Econometrica*, 41(4), S. 617–31.

HARRIS, MILTON/ RAVIV, ARTUR (1981): Allocation Mechanisms and the Design of Auctions, *Econometrica*, 49(6), S. 1477–99.

HARSANYI, JOHN C. (1967): Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players, Part I. The Basic Model, *Management Science*, 14(3), S. 159–82.

HARSANYI, JOHN C. (1968a): Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players, Part II. Bayesian Equilibrium Points, *Management Science*, 14(5), S. 320–34.

HARSANYI, JOHN C. (1968b): Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players: Part III. The Basic Probability Distribution of the Game, *Management Science*, 14(7), S. 486–502.

HARSTAD, RONALD M. (1990): Alternative Common-Value Auctions Procedures: Revenue Comparisons with Free Entry, *Journal of Political Economy*, 98(2), S. 421–9.

HEUSER, HARRO (1998): *Lehrbuch der Analysis, Teil* (Stuttgart, Leipzig: B.G. Teubner), 12. Aufl.

HOLT, CHARLES A. JR. (1980): Competitive Bidding for Contracts Under Alternative Auction Procedures, *Journal of Political Economy*, 88(3), S. 433–45.

INTEGRATIONSBÜRO (2000): Inkrafttreten der Bilateralen Abkommen, *http://www.europa.admin.ch/ba/expl/ratifikation/d/index.htm*.

IVöB (1994): Interkantonale Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen, *SR 172.056.4, in Galli, Lehmann und Rechsteiner (1996), http://www.admin.ch/ch/d/sr/1/172.056.4.de.pdf*, vom 25. Nov. 1994.

JACKSON, MATT/ SIMON, LEO K./ JEROEN, SWINKELS/ ZAME, WILLIAM R. (2001): Communication and Equilibrium in Discontinuous Games of Incomplete Information, *UCLA Working Paper, http://www.econ.ucla.edu/zame/discontgames.pdf*.

JACKSON, MATTHEW O./ SWINKELS, JEROEN M. (1999): Existence of Equilibrium in Auctions and Discontinueous Bayesian Games: Endogenous and Incentive Compatible Sharing Rules, *Working Paper*, *http://www.hss.caltech.edu/~jacksonm/exist.pdf*.

JEHIEL, PHILIPPE/ MOLDOVANU, BENNY (1999): Efficient Design with Interdependent Valuations, *Working Paper*.

JEHIEL, PHILLIPE/ MOLDOVANU, BENNY (1995): Negative Externalities May Cause Delay in Negotiation, *Econometrica*, 63(6), S. 1321–36.

KLEMPERER, PAUL (1999): Auction theory: A guide to the literature, *Journal of Economic Surveys*, 13(3), S. 227–86.

LAFFONT, JEAN-JACQUES/ TIROLE, JEAN (1993): *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation* (MIT Press).

LEBRUN, BERNARD (1996): Existence of an equilibrium in first price auctions, *Economic Theory*, 7, S. 421–43.

LEBRUN, BERNARD (1997): First Price Auction in the asymmetric n bidder case, *Cahiers de recherche 9715 de l'Université Laval, Québec, Canada*.

LEBRUN, BERNARD (1998): Comparative Statics in First Price Auctions, *Games and Economic Behavior*, 25, S. 97–110.

LEBRUN, BERNARD (1999a): First Price Auctions in the Asymmetric N Bidder Case, *International Economic Review*, 40(1), S. 125–42.

LEBRUN, BERNARD (1999b): A Simple Proof of the Uniqueness of the Equilibrium in First Price Auctions, *Cahier de recherche 9923 de l'Université Laval, Québec, Canada*.

LEVIN, DAN/ SMITH, JAMES L. (1994): Equilibrium in Auctions with Entry, *American Economic Review*, 84(3), S. 585–599.

MAS-COLELL, ANDREU/ WHINSTON, MICHAEL D./ GREEN, JERRY R. (1995): *Microeconomic Theory* (New York: Oxford University Press).

MASKIN, ERIC/ RILEY, JOHN (2000a): Asymmetric Auctions, *Review of Economic Studies*, 67, S. 413–38.

Maskin, Eric/ Riley, John (2000b): Equilibrium in Sealed High Bid Auctions, *Review of Economic Studies*, 67(3), S. 439–54.

Matter, Martin (1993): Wie stark wankt Basler Submissions-Mauer?, *Basler Zeitung*, 25. Mai, Nr. 119.

Matthews, Steven A. (1995): A Technical Primer on Auction Theory I: Independent Private Values, *Discussion Paper No. 1096, Northwestern University.*

McAfee, R. Preston/ McMillan, John (1987a): Auctions and Entry, *Economic Letters*, 23(1), S. 343–7.

McAfee, R. Preston/ McMillan, John (1987b): Auctions with a Stochastic Number of Bidders, *Journal of Economic Theory*, 43(1), S. 1–19.

McAfee, R. Preston/ McMillan, John (1989): Government procurement and international trade, *Journal of international Economics*, 26, S. 291–308.

McAfee, R. Preston/ McMillan, John (1996): Analyzing the Airwaves Auction, *Journal of Economic Perspectives*, 10(1), S. 159–75.

Milgrom, Paul (2000): Putting Auction Theory to Work: The Simultaneous Ascending Auction, *Journal of Political Economy*, 108(2), S. 245–72.

Milgrom, Paul R. (1987): Auction Theory, *Advances in Economic Theory 1985: Fifth World Congress, Ed. Truman Bewley, Cambridge University Press*, S. 1–32.

Milgrom, Paul R./ Weber, Robert J. (1982): A Theory of Auctions and Competitive Bidding, *Econometrica*, 50(5), S. 1089–122.

Muthoo, Abhinay (1999): *Bargaining Theory With Applications* (Cambridge University Press).

Myerson, Roger B. (1981): Optimal Auction Design, *Mathematics of Operations Research*, 6(1), S. 58–73.

Nash, John Forbes (1950): The bargaining problem, *Econometrica*, 18, S. 155–62.

NoZ (1988): Staatsaufträge: Kantonsgrenze zu?, *Nordschweiz Basler Volksblatt*, 26. März, Nr. 72.

NZ (1976): Basler Firmen bleiben im Vorteil, *National-Zeitung, Basel*, 8. April, Nr. 111.

Osborne, Martin J./ Rubinstein, Ariel (1990): *Bargaining and Markets* (Academic Press).

Porter, Robert H./ Zona, J. Douglas (1993): Detection of Bid Rigging in Procurement Auctions., *Journal of Political Economy*, 101(3), S. 518–38.

Regierungsrat BS (1998): *165. Verwaltungsbericht des Regierungsrates vom Jahre 1998 an den Grossen Rat des Kantons Basel-Stadt*.

Riley, John G./ Samuelson, William F. (1981): Optimal Auctions, *American Economic Review*, 71(3), S. 381–92.

Robinson, Marc S. (1985): Collusion and the Choice of Auction, *Rand Journal of Economics*, 16(1), S. 141–5.

Rubinstein, Ariel (1982): Perfect equilibrium in a bargaining model, *Econometrica*, 50, S. 97–109.

Samuelson, William F. (1985): Competitive Bidding with Entry Costs, *Economic Letters*, 17(1-2), S. 53–57.

Schenk, Rolf (1993): Gegenrecht bringt auch Staatsaufträge, *Basellandschaftliche Zeitung, Liestal*, 13. Juli, Nr. 160.

Schmid, Gerhard/ Metz, Markus (1999): Rechtsfragen des öffentlichen Beschaffungswesen in den Kantonen, *Unterlagen zur Veranstaltung des Schweizerischen Institut für Verwaltungskurse vom 26. März 1999*.

Schneider, Barbara (1998): Gesetz über öffentliche Beschaffungen und Bericht zu den Anzügen Enrico V. Moracchi und Konsorten betreffend dem Submissionsgesetz und Peter Zinkernagel und Konsorten betreffend Preis-Leistungsverhältnis als wichtiges Kriterium für die Vergabe von staatlichen Aufträgen, *Kommentar an den Regierungsrat*, 6. April 1998.

Simon, Leo K./ Zame, William R. (1999): Cheap Talk and Discontiuous Games of Incomplete Information, *UCLA Working Paper*.

Statistisches Amt BS (1999): Bautätigkeit seit 1989 und Bauvorhaben 1999, *http://www.statistik.bs.ch/themen_details_26.html*, 1. Okt. 1999.

V (1994): Verordnung zum Gesetz betreffend die Vergabe von Arbeiten und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung (Submissionsverordnung), *SG 914.110*, vom 19. April 1994.

V (2000): Verordnung Zum Gesetz über Öffentliche Beschaffungen (Beschaffungsverordnung, (VöB)), *SG 914.110*, vom 11. April.

Verordnung (1998): Verordnung über die Anpassung der Schwellenwerte im öffentlichen Beschaffungswesen für das Jahr 1999, vom 13. Nov. 1999.

Verordnung (alt) (1937): Verordnung betreffend Vergebung und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung des Kantons Basel-Stadt, vom 2. Juli 1937.

Verordnung (alt) (1981): Verordnung betreffend Vergebung von Arbeiten und Lieferungen durch die öffentliche Verwaltung des Kantons Basel-Stadt (Submissionsvorschriften), *SG 914.110*, vom 23. Juni 1981.

Vickrey, William (1961): Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders, *Journal of Finance*, 16(1), S. 3–37.

VoeB (1995): Verordnung über das öffentliche Beschaffungswesen (VoeB), *SR 172.056.11*, vom 11. Dez. 1995.

VRöB (1995): Vergaberichtlinien (VRöB) aufgrund der Interkantonalen Vereinbarung über das öffentliche Beschaffungswesen (IVöB) vom 25. November 1994, *in Galli, Lehmann und Rechsteiner (1996)*, vom 1. Dez. 1995.

Walter, Wolfgang (2000): *Gewöhnliche Differentialgleichungen* (Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag), 7. Aufl.

Wilson, Robert (1967): Comptetitive Bidding with Asymmetric Information, *Management Science*, 13(11), S. A816–20.

Wilson, Robert (1977): A Bidding Model of Perfect Competition, *Review of Economic Studies*, 44(3), S. 511–18.

Wilson, Robert B. (1969): Competitive Bidding with Disparate Information, *Management Science*, 15(7), S. 446–8.

Wolfstetter, Elmar (1996): Auctions: An Introduction, *Journal of Economic Surveys*, 10(4), S. 367–420.

ZWILLINGER, DANIEL (1989): *Handbook of Differential Equations* (New York: Academic Press Inc.).